

دليل حول تقديرات المناطق الصغيرة باستخدام
بيانات مسوح الأسر المعيشية: تطبيق نموذجي
على خرائط الفقر في فلسطين باستخدام
بيانات مسوح الإنفاق وتعدادات السكان



ازدهار البلدان كرامة الإنسان





ازدهارُ البلدان كرامةُ الإنسان



الأمم المتحدة
الاستقواء
ESCWA

رؤيتنا

طاقاتٌ وابتكار، ومنطقتنا استقرارٌ وعدلٌ وازدهار

رسالتنا

بشَقفٍ وعزمٍ وعَمَلٍ: نبتكر، ننتج المعرفة، نقدّم المشورة،
نبني التوافق، نواكب المنطقة العربية على مسار خطة عام 2030.
بدأ بيد، نبني غداً مشرقاً لكلّ إنسان.

دليل حول تقديرات المناطق الصغيرة باستخدام بيانات مسح الأسر
المعيشية: تطبيق نموذجي على خرائط الفقر في فلسطين
باستخدام بيانات مسح الإنفاق وتعدادات السكان

إيزابيل مولينا بيرالتا وإدواردو غارثيا بوتيوغويز



الأمم المتحدة
بيروت

موجز

يستعرض هذا التقرير مشكلة تصنيف البيانات الإحصائية، التي يشار إليها في الأدبيات المختصة بمشكلة تقدير المجالات الصغيرة. يصف التقرير أهم طرائق تصنيف التقديرات، ويوضح العمليات المتصلة بها من خلال تطبيقها في وضع خرائط للفقر في فلسطين بناءً على بيانات جُمعت من مسح حديث للعهد للاستهلاك، ومن تعداد السكان الوطني.

وقد رُتبت الدراسة على النحو التالي: يبين القسم الثاني بعض العوامل التي أدت إلى تقدير المجالات الصغيرة، ويقدم الركائز الفكرية التي تقوم عليها؛ ويصف القسم الثالث الطرائق الأساسية لتقدير المجالات الصغيرة؛ بينما يتضمن القسم الرابع تطبيقاً لهذه الطرائق على تقدير معدلات الفقر في مواقع محددة من فلسطين استُخدمت فيها بيانات أتاحتها الجهاز المركزي للإحصاء الفلسطيني من مسح إنفاق واستهلاك الأسرة، وتعداد السكان الذي أُجري في عام 2017. وأخيراً، يقدم القسم الخامس بعض الملاحظات الختامية والتوصيات.

المحتويات

الصفحة

ج	موجز
	<u>الفصل</u>
1	أولاً- مشكلة تصنيف البيانات.....
1	ألف- بيان المشكلة
2	باء- المنهجيات المستخدمة لتفادي مشكلة تصنيف البيانات
4	جيم- طرائق التقدير.....
14	ثانياً- تطبيق: مسح خارطة الفقر في فلسطين.....
24	ثالثاً- ملاحظات ختامية وتوصيات.....
26	المراجع.....

قائمة الجداول

15	1- ملخص لأحجام العينات للمواقع المحلية ولكل نوع اجتماعي.....
23	2- نموذج متنبئ بايز

قائمة الأشكال

16	1- رسم مدرج تكراري لمقياس الرفاه للنساء بالنطاق الأصلي (اليسار) وبعد النقل والتحويل اللوغاريتمي (اليمين).....
17	2- الرسم المدرج التكرار (اليسار) ومخطط QQ-الطبيعي (اليمين) للمتبقيات على مستوى الوحدة للرجال
17	3- المتبقيات على مستوى الوحدة مقابل القيم المواءمة للنموذج للنساء.....
18	4- الرسم المدرج التكرار (اليسار) ومخطط QQ-الطبيعي (اليمين) للمتبقيات على مستوى المنطقة (أثار الموقع المحلي المتوقعة) للرجال
19	5- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية مقابل التقديرات المباشرة المرجحة لمعدلات الفقر في موقع محلي وبالنسبة المئوية (اليسار) وللجوات في الفقر (اليمين)

المحتويات (تابع)

الصفحة

- 6- المخطط الصندوقي لتقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية في التعداد، في موقع محلي،
لمعدلات الفقر بالنسبة المئوية (اليسار) وفجوات الفقر بالنسبة المئوية (اليمين)..... 20
- 7- مخططات صندوقية لمتوسطات الخطأ التربيعية المقدره للتقديرات المباشرة وتقديرات
متنبئات بايز التجريبية لمعدلات الفقر في المواقع المحلية للنساء (اليسار) والرجال (اليمين) 20
- 8- متوسطات الخطأ التربيعية المقدره للتقديرات المباشرة وتقديرات متنبئات بايز التجريبية
لكل موقع محلي أُخذت منه العينات في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن) للنساء 21
- 9- التقديرات المرجحة المباشرة وتقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية لمعدلات الفقر
لكل موقع محلي أُخذت منه عينات في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن)، للنساء 21
- 10- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية للتعداد لمعدلات الفقر لكل موقع محلي أُخذت له
عينة في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن) لكل من الرجال والنساء 22
- 11- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية للتعداد لفجوات الفقر لكل موقع محلي أُخذت
له عينة في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن) لكل من الرجال والنساء 22

أولاً- مشكلة تصنيف البيانات

ألف- بيان المشكلة

صُمِّمت المسوح التي تمولها الحكومة وتجربها المعاهد الإحصائية لإصدار إحصاءات مصنفة حتى مستوى تجميع محدد؛ أي وفقاً للتقسيمات الفرعية للسكان، إما الجغرافية أو الاجتماعية والاقتصادية. بيد أن عملية المسح، وحتى بعد إجرائها وتحديد حجم العينة المطلوب من أجل إصدار تقديرات موثوقة عند مستوى التجميع المحدد لها، غالباً ما يتلوها مزيد من الطلب لتقديرات على مستوى تجميعي أكثر تفصيلاً. ما يرمي إليه تقدير المجالات الصغيرة هو تلبية هذا الطلب على إنتاج تقسيمات فرعية أصغر من المخطط لها أصلاً، دون تكبد تكاليف إضافية بسبب الزيادة في حجم عينة المسح.

يمكن، قبل تنفيذ عملية المسح، تحسين بعض أوجه تصميم العينات للحد من هذه المشكلة. فيمكن، على سبيل المثال، زيادة أحجام العينات في المجالات التي قد تتطلب إجراء تقديرات أدق لها، إلا أن هذه الزيادة غالباً ما تقابلها زيادة في التكلفة. ويمكن أيضاً زيادة كفاءة توزيع حجم عينة المسح الإجمالي بين مختلف المجالات. رغم وجود آليات عدة لتحسين تصميم العينات وتحديد الحد الأدنى الكافي لجميع التقسيمات الفرعية للسكان، "فالعملاء دائماً ما يطلبون تفاصيل أدق من تلك المحددة في مرحلة التصميم" (فولر، 1999)، وبالتالي فلا مناص من استعمال طرائق تقدير المجالات الصغيرة.

يشار في الأدبيات المتخصصة إلى التقسيمات الفرعية التي تُحسب لها البيانات (أو التقديرات) الإحصائية بـ "المجالات" أو "النطاقات"، سواء أكان المقصود بها المناطق الجغرافية أو المجموعات الفرعية الاجتماعية والاقتصادية أو أوجه تلاقٍ بين هذين النوعين. ولدى تقدير كمية يطلب حسابها في إحدى تلك المجالات، على غرار مؤشر للفقر، يطلق اسم *المقدر المباشر* على أي مقدر يستخدم بيانات المسح المتصلة بذلك المجال لإجراء التقدير. والمقدرات المباشرة هي غالباً غير متحيّزة بالنسبة إلى توزيع تصميم العينات؛ أي في كافة العينات التي يمكن التوصل إليها في إطار ذلك التصميم. لكن ما لم يُخطَط للمسح بحيث تُحسب التقديرات لدى كل مستوى من مستويات تجميع البيانات، فسوف يكون حجم العينة أصغر من المطلوب، ما يؤدي إلى أخطاء فادحة في أخذ العينات من أجل المقدرات المباشرة في هذه المجالات. يشار إلى المجالات التي تحدث فيها الأخطاء بالمجالات الصغيرة، أي بالنسبة إلى المؤشر المطلوب بغض النظر عن عدد السكان المشمولين في العينة. وبالتالي، ليس عدد السكان المشمولين في مجال ما هو ما يضيف عليه صفة "الصغر"، بل تدني نوعية التقديرات المباشرة التي حُسبت له.

ما ثمة حد أعلى لمدى الخطأ في أخذ العينات يعتبر مجال تلك العينات بعده "صغيراً". ولدى كل معهد إحصائي أو منظمة دولية تعريف خاص للخطأ النسبي في أخذ العينات، أو ما يسمى بـ "معامل التغير"، يحدد من خلاله ما إذا كانت البيانات الإحصائية دقيقة أم لا، وبالتالي إن كانت قابلة للنشر. تصنف بعض معاهد الإحصاء الوطنية معاملاً مباشراً كـ "غير قابل للنشر" إذا تجاوز الخطأ النسبي في أخذ العينات له ما نسبته 20 في المائة. وإذا تخطى معامل تغير التقديرات المباشرة لمؤشر مطلوب قيمة 20 في المائة، تعتبر تلك المعاهد قيمة ذلك المؤشر "صغيرة".

باء- المنهجيات المستخدمة لتفادي مشكلة تصنيف البيانات

1- طرائق التقدير غير المباشر

لا تنظر طرائق التقدير غير المباشر فقط في بيانات العينات ذات الصلة بالمجال المطلوب، بل أيضاً في بيانات من المجالات الأخرى. تستخدم مقدرات تلك الطرائق معلومات من متغيرات مساعدة ذات صلة بالمتغير المطلوب. على سبيل المثال، إذا كان المتغير المطلوب هو الدخل، وإذا اعتبر الدخل ذا صلة بمستوى التعليم، فتعتبر العلاقة بينهما متماثلة في كافة المجالات، وتمثل بنموذج يربط بين جميع المجالات من خلال بارامترات مشتركة. ثم تُقدّر البارامترات المشتركة باستخدام بيانات العينة من حيث جميع المجالات (وعادة ما يكون مجمل العينة كبير للغاية)، فتقدّم مقدرات على كفاءة أكبر من المقدرات المباشرة بسبب استخدامها لكم أكبر من المعلومات. تنحو هذه المقدرات بعض الشيء إلى تعريض التصميم إلى بعض التحيز مقابل تحقيق زيادة كبيرة في كفاءة المقدر الإجمالية، والتي تقيّم من حيث متوسط الخطأ التربيعي. وتميل مكاسب الكفاءة التي تحققها المقدرات غير المباشرة بالنسبة إلى تلك المباشرة إلى الازدياد مع تناقص حجم عينة المجال. ولكن هذه المقدرات تميل، إجمالاً، إلى التحسن، حتى في العينات الكبيرة الحجم، بل وينحو بعض المقدرات غير المباشرة إلى مقدر مباشر مع تزايد حجم العينة لإحدى المجالات. ولذلك يمكن استخدام المقدرات غير المباشرة التي تنحو إلى ذلك الاتجاه في جميع المجالات سواء أكانت "صغيرة" أم لا، ما يحد من أهمية التوصل إلى تعريف دقيق أو رسمي للمجال الصغير.

تستند أبسط المقدرات غير المباشرة إلى فرضيات لا تكاد تمت إلى الواقع بصلة، ولذلك قد تتضمن قدراً كبيراً من التحيز. تشمل هذه المقدرات ما يسمى بـ "المقدرات التوليفية" التي لا تأخذ في الحسبان أوجه التباين الموجودة عادة بين المجالات. تشمل المقدرات التوليفية المعروفة: المقدر التوليفي لما بعد المعاينة الطبقية، والمقدر التوليفي للانحدار". والمقدرات غير المباشرة الأخرى مركبة، وتحسب كالمتوسط المرجح بين المقدر المباشر والمقدر التوليفي. بيد أن هذه المقدرات لها مساوئ عدة. أولها هو أن الوزن المعبر لكل مقدر لا يعتمد على جودة ملائمة النموذج المفترض في المقدر التوليفي، ما يعني أن المقدر غير المباشر يُستخدم بغض النظر عن دقته. كما أن الوزن المعبر للمقدر المباشر عادة ما تقارب قيمته الواحد، ما يعني تدني كمية المعلومات المستقاة من المجالات الأخرى. أما المقدرات غير المباشرة الأكثر تعقيداً فتتيح تمثيلاً أفضل لأوجه التباين الموجودة بين المجالات، وهذه المقدرات هي التي تستند إلى نماذج الانحدار المختلط. توجد مجموعتان كبيرتان من نماذج الانحدار المختلط تُستخدم عادة لتقدير المجالات الصغيرة: النماذج على مستوى المجال، والنماذج على مستوى الوحدة. وتستعرضهما الدراسة في الأقسام التالية.

2- النماذج على مستوى المجالات

لا تستخدم النماذج على مستوى المجالات إلا البيانات المجمعة لمجالات التقدير. وعادة ما يتاح الحصول على هذا النوع من البيانات بدون قيود كثيرة لأن التجميع يتفادى قضايا خصوصية الفرد وسرية البيانات. تشمل النماذج الخطية المختلطة الواسعة الاستخدام على مستوى المجال ما يسمى بـ "نماذج فاي-هيريوت" التي اقترحها كل من فاي وهيريوت (1979)، ولها بنية ذات مستويين:

- على المستوى الأول، يفترض أن المؤشر المطلوب يرتبط خطياً مع مجموعة من المتغيرات المساعدة على مستوى المجال، حيث تظل هذه العلاقة ثابتة في جميع المجالات. وعلى سبيل المثال، فالتناقص في متوسط الدخل في منطقة ما بسبب وجود نسبة كبيرة من العاطلين عن العمل

في تلك المنطقة، مع بقاء المتغيرات الأخرى ثابتة، يظل هو نفسه في جميع المجالات. وعلى هذا النحو، ترتبط المجالات كافة بنموذج انحدار خطي؛

- وعلى المستوى الثاني، وبعد الحصول على القيم الحقيقية لمؤشرات المجال المطلوبة، يُفترض أن المقدرات المباشرة المقابلة لها تتمحور حول تلك القيم الحقيقية، مع تباينات يُفترض بأنها معروفة. تمثل هذه التباينات الأخطاء في أخذ العينات للمقدرات المباشرة، وتعتمد على حجم العينة. ونظراً لاختلاف حجم العينة من مجال إلى آخر، تختلف كذلك التباينات من مجال إلى آخر.

نالت هذه النماذج نجاحاً تستحقه لأن المقدرات الناجمة عنها للمجالات تُحسب كالمتوسط المرجح بين المقدرات المباشرة والمقدرات التوليفية للانحدار، وبأوزان تعتمد على حجم العينة لكل مجال. وإذا لم يتناسب النموذج التوليبي مع البيانات (أي حين لا تبين المتغيرات المساعدة، إلى الحد الكافي، أوجه التباين بين مجالات المؤشر)، أو إذا كان حجم عينة إحدى المجالات كبيراً، يعطي نموذج فاي-هيريوت وزناً أكبر للمقدر المباشر، ما يسفر عن نتائج دقيقة بما فيه الكفاية. وعلى العكس من ذلك، إذا تناسب النموذج التوليبي مع البيانات أو إذا كان حجم العينة صغيراً، يزيد المقدر الوزن المعطى للمقدر التوليبي للانحدار. وفي هذه الحالة تزداد الكفاءة لأن المقدر التوليبي لديه معامل مشترك للانحدار في جميع المجالات، ويقدر بعدئذ باستخدام البيانات المتعلقة بجميع المجالات. وكذلك، ولأن المقدرات المباشرة تكاد تخلو من التحيز بالنسبة إلى تصميم العينات للمجالات ذات العينات الكبيرة الحجم، تحافظ المقدرات الناجمة عن نموذج فاي-هيريوت على تحيز صغير بموجب التصميم.

تشمل التحديات التي تشتمل عليها نماذج فاي-هيريوت تحديد قيم تباينات المقدر المباشر (أو اختلاف تباينات حدود أخطاء النموذج). ورغم أنه يُفترض أن هذه التباينات معلومة كما مر سابقاً، يُستعاض عنها في الواقع بتقديرات، وهذه التقديرات بعيدة كل البعد عن الدقة نظراً لصغر حجم العينة في بعض المجالات. توجد طرائق للتسوية على غرار دالة التباين المعمم (أنظر فاي وهيريوت (1979))، أو التقدير اللامعلمي لتلك التباينات (أنظر غونزاليس (2010)). بيد أن تقدير التباينات يتسبب بدوره بمشكلة إدماج الخطأ في التقدير ضمن الخطأ في المقدر النهائي.

3- النماذج على مستوى الوحدات

كما يظهر من الاسم، تحدّد هذه النماذج لكل وحدة سكانية (نموذج المجتمع الأعظمي)، ولذلك فهي منهجية مناسبة للنماذج التي تتطلب بيانات جزئية لمتغيرات الاستجابة والمتغيرات المساعدة. اقترح كل من باتس وهارتر وفولر (1988) أول نموذج من هذا النوع، ويُعرف باسم نموذج الأخطاء المتداخلة. وهذا النموذج هو نموذج انحدار خطي يشمل أخطاء النموذج الفردي، وعلاوة عليها الآثار العشوائية المرتبطة مع المجالات. تمثل آثار المجالات أوجه التباين بين المجالات التي لا تبينها المتغيرات المساعدة المتوفرة. هذه النماذج تُستخدم على نطاق واسع اليوم، عندما تتوفر البيانات اللازمة لها، لأنها تدمج قدرات من المعلومات أكبر بكثير من النماذج على مستوى المجالات، ولا تلزم فيها تباينات أخطاء النموذج الحقيقية.

ولأن النماذج على مستوى الوحدات تستند على عينة كاملة يبلغ حجمها n ، يمكنها تحقيق كفاءة أكبر بكثير من النماذج على مستوى المجالات طالما تتوفر متغيرات مساعدة على مستوى الوحدات تتضمن قدرات كافية من المعلومات عن متغير الاستجابة.

4- أفضل متنبئ خطي غير متحيز

تؤدي فرضية توليد نموذج عشوائي لقيم المتغير المطلوب للوحدات السكانية إلى تحويل المؤشرات المطلوبة إلى قيم عشوائية. وفي هذا السياق، فالمتنبئ غير المتحيز لمؤشر هو الذي تتطابق توقعاته، بموجب النموذج، مع توقعات ذلك المؤشر.

تشكل النماذج الأساسية المستخدمة على صعيد المجال أو الفرد جزءاً من النماذج الخطية المختلطة التي تشمل الآثار العشوائية للمجالات المطلوبة، وذلك لدى تقدير المؤشرات الخطية في قيم المتغيرات المطلوبة المتعلقة بالأفراد من السكان، على غرار المعدلات أو المجاميع. وعادة ما يكون المُقدِّر غير المباشر في إطار هذه النماذج هو أفضل متنبئ خطي غير متحيز، وهو الإدماج الخطي للقيم الملحوظة لمتغير الاستجابة لوحدات العينة، وهو غير متحيز بموجب النموذج، ويقلص إلى أدنى حد متوسط الخطأ التربيعي. يعتمد أفضل متنبئ خطي غير متحيز على البارامترات المجهولة في النموذج، وتمثل هذه البارامترات المنحى المشترك بين المجالات. يعطي استبدال المُقدِّرات بتلك البارامترات المجهولة ما يسمى بـ "أفضل متنبئ خطي غير متحيز تجريبي". وهو المُقدِّر (أو المتنبئ) المعتاد، ويستند إلى نموذج لمؤشر خطي في مجال صغير.

لا يتطلب أفضل متنبئ خطي غير متحيز أي فرضيات بشأن التوزيع الطبيعي في النموذج. لكن، ومن ناحية أخرى، فالمتنبئ الأفضل لتقدير المؤشرات الأعم من تلك الخطية هو الذي يقلص، إلى أدنى حد، متوسط الخطأ التربيعي، ودون أن يستلزم منه أن يكون خطياً أو غير متحيز. ويساوي هذا المتنبئ الأفضل التوقع بموجب نموذج المؤشر المطلوب تقديره، بالنظر إلى القيم الملاحظة في العينة. وبموجب التوزيع الطبيعي، يطابق المتنبئ الأفضل لمؤشر خطي يستخدم المُقدِّر التربيعي الأدنى المرجح لبارامتر من بارامترات الانحدار أفضل متنبئ خطي غير متحيز. وفي غياب التوزيع الطبيعي، أو لدى تقدير مؤشر غير خطي، لربما يستحيل حساب التوقع الذي يحدد المتنبئ الأفضل بصورة تحليلية. وفي هذه الحالة، يستخدم التقريب العددي للتوصل إلى القيمة التقريبية للمتنبئ الأفضل.

5- لمزيد من المطالعة

لا تهدف هذه الدراسة إلى تقديم استعراض مفصل لطرائق تقدير المجالات الصغيرة، بل نظرة عامة إلى الأساليب الأوسع انتشاراً والمتصلة بالمشروع المضطلع به في هذا الإطار. وللإطلاع بمزيد من التفصيل على الأساليب التي تطرقت إليها الدراسة، وعلى معلومات بشأن أساليب أخرى، يمكن للقارئ المهتم أن يرجع إلى دراسة راو ومولينا (2015) التي تستعرض معظم الأعمال التي أُجريت في هذا المجال حتى تاريخ نشرها.

جيم- طرائق التقدير

1- المُقدِّرات المباشرة

يستعرض هذا القسم من الدراسة المُقدِّرات المباشرة الأساسية لمتوسط المتغير γ ، ضمن المجال d ، كما تحدده المعادلة التالية:

$$\bar{Y}_d = N_d^{-1} \sum_{i=1}^{N_d} Y_{di}, \quad (1)$$

حيث يعني Y_{di} قيمة المتغير Y للفرد i ضمن المجال d .

ولكن قبل استعراض المُقدِّرات المباشرة الأساسية، فلنبيِّن الرموز التي ستُستخدم في هذه الوثيقة.

يُفترض أن الفئة السكانية U التي يبلغ حجمها N تنقسم إلى فئات فرعية عددها D حيث يبلغ حجم U_d ما قيمته N_d ، بـقيم $d = 1, \dots, D$ ، حيث تساوي $N = \sum_{d=1}^D N_d$. ونشير بالحرف s إلى العينة المستقاة من الفئة السكانية U التي يبلغ حجمها n ، بينما يشير s_d إلى العينة الفرعية من المجال الفرعي d البالغ حجمه n_d (وقد تكون قيمتها صفراً)، ويشير r_d إلى مجموعة العناصر التي لا تنتمي إلى عينة المجال نفسه، بـقيم $d = 1, \dots, D$ ، حيث تساوي $n = \sum_{d=1}^D n_d$. وبالإضافة إلى ذلك، نشير بالرمز π_{di} إلى احتمالية إدماج الوحدة i من العينة من المجال d ، وبالمعادلة $w_{di} = \pi_{di}^{-1}$ إلى وزن أخذ العينات المقابل، وبالرمز $\pi_{d,ij}$ إلى احتمال الشمول المشترك للوحدتين i و j في العينة من المجال d .

(أ) مُقدِّر هورفيتز-ثومبسون

إذا كانت $\pi_{di} > 0$ لجميع القيم حيث $i = 1, \dots, N_d$ ، فسيكون المُقدِّر غير المتحيِّز، بالنسبة إلى تصميم العينات، لمتوسط المنطقة \bar{Y}_d هو مُقدِّر هورفيتز-ثومبسون المشهور. يتطلب هذا المُقدِّر معرفة تعداد المنطقة الحقيقي N_d وأوزان أخذ العينات $w_{di} = \pi_{di}^{-1}$ للوحدات التي أخذت لها عينات في المجال d . وبافتراض أن هذه القيم معروفة، فسيكون مُقدِّر هورفيتز-ثومبسون لمتوسط المنطقة \bar{Y}_d هو:

$$\hat{Y}_d = N_d^{-1} \sum_{i \in s_d} w_{di} Y_{di}. \quad (2)$$

وبالنسبة إلى مجموع المنطقة $Y_d = \sum_{i=1}^{N_d} Y_{di}$ ، فمُقدِّر هورفيتز-ثومبسون هو ببساطة $\hat{Y}_d = \sum_{i \in s_d} w_{di} Y_{di}$ ، ولا يتطلب معرفة تعداد المنطقة N_d .

وإذا كان $\pi_{d,ij} > 0$ لكل $i, j \in \{1, \dots, N_d\}$ ، فالمُقدِّر غير المتحيِّز بموجب تصميم العينات لتباين \bar{Y}_d هو:

$$\widehat{\text{var}}_{\pi}(\hat{Y}_d) = N_d^{-2} \left\{ \sum_{i \in s_d} \frac{Y_{di}^2}{\pi_{di}^2} (1 - \pi_{di}) + 2 \sum_{i \in s_d} \sum_{\substack{j \in s_d \\ j > i}} \frac{Y_{di} Y_{dj}}{\pi_{di} \pi_{dj}} \left(\frac{\pi_{d,ij} - \pi_{di} \pi_{dj}}{\pi_{d,ij}} \right) \right\}. \quad (3)$$

في حالات عديدة، قد لا تتوفر كافة معلومات بشأن تصميم العينات أثناء مرحلة إجراء التقديرات إلا أوزان أخذ العينات w_{di} . وإذا كانت احتمالات شمول العنصرين $\pi_{d,ij}$ غير متوفرة، فلا يمكن عندئذ حساب المُقدِّر (3). ولكن، وبالنسبة إلى تصاميم العينات مع احتمالات لشمول العنصرين تثبت أن $\pi_{d,ij} \approx \pi_{di} \pi_{dj}$ ، حيث $j \neq i$ (كما هي الحال في أخذ العينات وفقاً لتوزيع بواسون، حيث تتحقق المساواة بين طرفي المعادلة)، بينما يقارب الحد الثاني من (3) الصفر. وبالإضافة إلى ذلك، فلدى استبدال $w_{di} = \pi_{di}^{-1}$ ، نحصل على مُقدِّر التباين التالي، الذي لا يعتمد على احتمالات شمول العنصرين:

$$\widehat{\text{var}}_{\pi}(\hat{Y}_d) = N_d^{-2} \sum_{i \in s_d} w_{di} (w_{di} - 1) Y_{di}^2.$$

يزن مُقدّر هورفيتز-ثومبسون (2) الملاحظات الفردية Y_{di} باستخدام أوزان لأخذ العينات، أو باستخدام عكس احتمالات الشمول $w_{di} = \pi_{di}^{-1}$. وهذه الطريقة تحمي من الحالات التي يتصل فيها احتمال اختيار الفرد بقيمة المتغير المطلوب (التصميم الإعلامي للعينات). فلنتصور، على سبيل المثال، أن الأفراد المنخفضي الدخل لديهم احتمال أكبر للظهور في العينة. تزداد، حينئذ، إمكانية ظهور هؤلاء الأفراد في العينة النهائية، بينما يرجح أن يندر ظهور الأفراد مرتفعي الدخل فيها. ويعني ذلك أننا إن كنا سنقدر باستخدام الوزن نفسه لجميع ملاحظات العينة، كما هي الحال في متوسط العينة المعتاد، فسوف نقلل متوسط الدخل. ولهذا السبب، فمن الضرورة بمكان الحد من وزن الملاحظات التي يُرجح أن تظهر في العينة، مع زيادة وزن الملاحظات التي تقل إمكانية ظهورها فيها.

(ب) مُقدّر هاجيك

مع أن مُقدّر هورفيتز-ثومبسون غير متحيز بالنسبة إلى تصميم أخذ العينات، يمكن لتباينه بموجب التصميم أن يكون كبيراً للغاية حين يكون حجم العينة n_d صغيراً في المجال d . أخذ مُقدّر متحيز قليلاً لحجم العينة n_d قد يكون صغيراً إلا أن تباينه أقل، ولا يتطلب المعرفة بحجم المجال N_d لتقدير المتوسط \bar{Y}_d . يسمى هذا المُقدّر: مُقدّر هاجيك، ويساوي الوزن المرجح لملاحظات العينة من ذلك المجال، باستخدام أوزان أخذ العينة كالأوزان المرجحة، وتعبّر عنه المعادلة التالية:

$$\hat{Y}_d^{HA} = \hat{N}_d^{-1} \sum_{i \in S_d} w_{di} Y_{di}, \text{ where } \hat{N}_d = \sum_{i \in S_d} w_{di}. \quad (4)$$

وبالنسبة إلى المجموع $Y_d = \sum_{i=1}^{N_d} Y_{di}$ ، يبلغ مُقدّر هاجيك: $\hat{P}_d^{HA} = N_d \hat{Y}_d^{HA}$ ، ما لا يتطلب معرفة تعداد المجال N_d .

وبموجب تصميم أخذ العينات، يحسب مُقدّر التباين في مُقدّر هاجيك، \hat{Y}_d^{HA} ، باستخدام طريقة إخطاط تايلور. ويحصل على المُقدّر الناتج ببساطة من خلال إحلال $\bar{e}_{di} = Y_{di} - \hat{Y}_d^{HA}$ محل Y_{di} في مُقدّر التباين في مُقدّر هورفيتز-ثومبسون للمجموع \hat{Y}_d وقسمتها على \hat{N}_d ، أي:

$$\widehat{\text{var}}_{\pi}(\hat{Y}_d^{HA}) = \hat{N}_d^{-2} \left\{ \sum_{i \in S_d} \frac{(Y_{di} - \hat{Y}_d^{HA})^2}{\pi_{di}^2} (1 - \pi_{di}) + 2 \sum_{i \in S_d} \sum_{\substack{j \in S_d \\ j > i}} \frac{(Y_{di} - \hat{Y}_d^{HA})(Y_{dj} - \hat{Y}_d^{HA})}{\pi_{di}\pi_{dj}} \left(\frac{\pi_{d,ij} - \pi_{di}\pi_{dj}}{\pi_{d,ij}} \right) \right\}$$

على فرض أن $\pi_{d,ij} > 0$ لجميع قيم i و j . وبالنسبة إلى التصاميم حيث $\pi_{d,ij} \approx \pi_{di}\pi_{dj}$ حين $j \neq i$ ، كما هي الحال في أخذ العينات على أساس توزيع بواسون، فسيد التباين المُقدّر إلى التالي:

$$\widehat{\text{var}}_{\pi}(\hat{Y}_d^{HA}) = \hat{N}_d^{-2} \sum_{i \in S_d} w_{di} (w_{di} - 1) (Y_{di} - \hat{Y}_d^{HA})^2$$

وينبغي الملاحظة أنه، ولدى إضافة مُقدّرات هورفيتز-ثومبسون المباشرة للمجاميع Y_d لمجالات في مناطق أوسع، كالسكان جميعاً مثلاً، يحصل على مُقدّر هورفيتز-ثومبسون لمجموع السكان: $\hat{Y} = \sum_{d=1}^D \sum_{i \in s_d} w_{di} Y_{di}$ ، أي:

$$\sum_{d=1}^D \hat{Y}_d = \hat{Y}.$$

ولما كان مُقدّر هورفيتز-ثومبسون كفوفاً على مستويات التجميع الأعلى (كمستوى السكان)، فصفة تقييم الأداء هذه مطلوبة لمُقدّرات المجالات. وفي الواقع، غالباً ما يلزم الاتساق أيضاً لنشر الأرقام الإحصائية الرسمية. ولكن المُقدّرات الأخرى، وخاصة غير المباشرة، لا يساوي مجموعها تمام المساواة المُقدّرات المعتبرة لمجموع السكان (والذي قد يختلف عن \hat{Y}). وللتسويات بشأن مُقدّرات المجالات الصغيرة اللازمة لتحقيق الاتساق، يمكن الرجوع إل دراسة غوش وسيورتس (2013) وما تشتمل عليه من مراجع.

2- المُقدّرات غير المباشرة

كما تبين سابقاً، تندرج مُقدّرات المجالات الصغيرة التي تركز على النماذج ضمن فئة المُقدّرات غير المباشرة، فهي تستقي المعلومات من المجالات الأخرى. وتستقي المعلومات من خلال تمثيل أوجه التباين غير المفسر بين المجالات من خلال الآثار العشوائية الإضافية للمجالات. وكما يتبين لاحقاً، توفر آثار المجالات العشوائية هذه ميزة جيدة للمُقدّرات على أساس النماذج الخطية: فتمكن كتابتها كمُقدّرات مركبة تنحو إلى مُقدّر مباشر في المجالات التي لديها حجم العينات الكافي. وهذه النماذج واقعية إلى درجة أكبر بكثير من تلك التوليفية البسيطة التي لا تشمل آثار المجالات، ويترجم هذا إلى مُقدّرات أقل تحيزاً بموجب تصميم العينة.

(أ) نموذج فاي-هيريوت

نموذج فاي-هيريوت هو نموذج على صعيد المجال يُستخدم كثيراً، وقدمه كل من فاي وهيريوت (1979) لتقدير دخل الفرد في المناطق الصغيرة في الولايات المتحدة. ويستخدم مكتب التعداد في الولايات المتحدة الأمريكية هذا النموذج في إطار برنامج تقديرات الدخل والفقير في المناطق الصغيرة، وذلك لتقدير نسب الفقر بين الأطفال في سن الالتحاق بالمدارس في المقاطعات والمناطق؛ ولمزيد من التفصيل، يمكن الرجوع إلى بل (1997) أو إلى <http://www.census.gov/hhes/www/saipe>.

ويربط النموذج المؤشرات المطلوبة على مدى كافة المجالات δ_d ، حيث $d = 1, \dots, D$ ، وذلك بناءً على الافتراض بأن العلاقة بين المجالات لديها علاقات خطية مع قيم p للمتغيرات المساعدة على صعيد المجالات x_d ، وأن هذه العلاقة ثابتة في كافة المجالات. وتعبّر المعادلة التالية عن هذا المفهوم على نحو أقرب إلى الملموس:

$$\delta_d = \mathbf{x}_d' \boldsymbol{\beta} + u_d, \quad d = 1, \dots, D, \quad (5)$$

حيث يرمز $\boldsymbol{\beta}$ إلى متجه معاملات الانحدار، المشتركة بين جميع المجالات، بينما يرمز u_d إلى خطأ الانحدار، ويُطلق عليه أيضاً اسم *الآثار العشوائية* للمجال d . يمثل الأثر العشوائي عدم تجانس المؤشرات δ_d بين المجالات، والذي لا تفسره المتغيرات المساعدة. وفي أبسط النماذج، يفترض أن u_d مستقل وموزع على نحو متطابق، مع تباين مشترك غير معلوم هو σ_u^2 ، أي أن $u_d \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma_u^2)$.

لا يمكن رصد قيم δ_d الحقيقية، وبالتالي لا يمكن للنموذج (5) أن يلائمها بسهولة. ومن المنهجيات الممكنة لتخطي هذه المسألة إضافة المُقدّر المباشر $\hat{\delta}_d^{\text{DIR}}$ لقيمة δ_d ، ولكن ينبغي تذكر أن لهذا المُقدّر هامش خطأ في أخذ العينات. يعتبر نموذج فاي-هيربوت أن $\hat{\delta}_d^{\text{DIR}}$ غير متحيز بموجب التصميم. وفي هذه الحالة، يمكنه أن يمثل الخطأ الناتج عن أخذ العينات لهذا المُقدّر من خلال النموذج:

$$\hat{\delta}_d^{\text{DIR}} = \delta_d + e_d, \quad d = 1, \dots, D, \quad (6)$$

حيث e_d هو الخطأ في أخذ العينات في المجال d . ويفترض أن الأخطاء e_d مستقلة عن بعضها بعضاً، كما أنها مستقلة عن آثار المجالات u_d ، ويبلغ متوسطها الصفر، ولديها التباينات المعروفة ψ_d ، أي أن $e_d \sim (0, \psi_d)^{\text{ind}}$. في الواقع، فالتباينات $\psi_d = \text{var}_\pi(\hat{\delta}_d^{\text{DIR}} | \delta_d)$ ، حيث $d = 1, \dots, D$ ، تُقدر باستخدام بيانات المسح الجزئية. وبالجمع بين النموذجين (5) و(6)، نحصل على النموذج الخطي المختلط التالي:

$$\hat{\delta}_d^{\text{DIR}} = \mathbf{x}_d' \boldsymbol{\beta} + u_d + e_d, \quad d = 1, \dots, D. \quad (7)$$

يمكن الحصول على أفضل متنبئ خطي غير متحيز للقيم $\delta_d = \mathbf{x}_d' \boldsymbol{\beta} + u_d$ ببساطة من خلال ملائمة النموذج الخطي المختلط (7)، أي أفضل متنبئ خطي غير متحيز بموجب نموذج فاي-هيربوت للقيمة δ_d هو:

$$\tilde{\delta}_d^{\text{FH}} = \mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}} + \tilde{u}_d, \quad (8)$$

حيث $\tilde{u}_d = \gamma_d (\hat{\delta}_d^{\text{DIR}} - \mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}})$ هو أفضل متنبئ خطي غير متحيز للقيمة u_d ، وتساوي قيمة $\gamma_d = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \psi_d)$ ، بينما $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ هو المُقدّر التربيعي المرجح الأدنى للقيمة $\boldsymbol{\beta}$ بموجب النموذج (7)، ويُعطى بالمعادلة التالية:

$$\tilde{\boldsymbol{\beta}} = \left(\sum_{d=1}^D \gamma_d \mathbf{x}_d \mathbf{x}_d' \right)^{-1} \sum_{d=1}^D \gamma_d \mathbf{x}_d \hat{\delta}_d^{\text{DIR}}.$$

واستبدال $\tilde{u}_d = \gamma_d (\hat{\delta}_d^{\text{DIR}} - \mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}})$ في (8) يمكنه أن يعبر عن أفضل متنبئ خطي غير متحيز كالتوافقية الخطية المحدبة للمُقدّر المباشر ومُقدّر الانحدار التولييفي:

$$\tilde{\delta}_d^{\text{FH}} = \gamma_d \hat{\delta}_d^{\text{DIR}} + (1 - \gamma_d) \mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}}, \quad (9)$$

حيث $\gamma_d = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \psi_d) \in (0, 1)$ هو وزن المُقدّر المباشر. وبالنسبة إلى المجال d ، الذي لديه المُقدّر المباشر الكفو $\hat{\delta}_d^{\text{DIR}}$ ، سيكون تباين العينة ψ_d صغيراً بالمقارنة مع عدم التجانس غير المفسر σ_u^2 ، ولذا فإن γ_d تقارب قيمته الواحد، ولذلك يعطي $\tilde{\delta}_d^{\text{FH}}$ وزناً أكبر للمُقدّر المباشر. من ناحية أخرى، وفي المجالات d حيث يفتقد المُقدّر المباشر إلى الجودة بسبب صغر حجم العينة، سيكون ψ_d أكبر من σ_u^2 ، وبالتالي يقارب γ_d الصفر ولذلك يعطي وزن أكبر لمقيم الانحدار التولييفي $\mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}}$ ، الذي يستخدم البيانات من المجالات كافة لتقدير البارامتر المشترك $\boldsymbol{\beta}$. أي أن $\tilde{\delta}_d^{\text{FH}}$ تستقي المعلومات من المجالات الأخرى من خلال مُقدّر الانحدار التولييفي $\mathbf{x}_d' \tilde{\boldsymbol{\beta}}$ كلما تطلب الأمر ذلك، بالاعتماد على كفاءة المُقدّر المباشر. وحيث إن أفضي متنبئ خطي غير متحيز $\tilde{\delta}_d^{\text{FH}}$ يقارب المُقدّر المباشر حين يكون حجم العينة كبيراً (أي ψ_d صغيراً)، وهذه الميزة مطلوبة للغاية، لأنها لا تتطلب معرفة إن كان المجال "صغيراً بما فيه الكفاية" لاستخدام المُقدّر هذا بدلاً من المُقدّر المباشر. يعتمد أفضل متنبئ خطي غير متحيز

القيمة δ_d على القيمة الحقيقية لـ σ_u^2 لآثار المجالات u_d . وفي واقع الممارسة، هذا التباين مجهول وينبغي تقديره. والمنهجيات الشائعة في هذا الإطار هي الاحتمال الأرجح الأقصى والاحتمال الأرجح الأقصى المقيد، وتصحح المنهجية الأخيرة مُقدِّر σ_u^2 لتقدم مُقدِّراً أقل تحيزاً لأحجام العينات المتناهية. واقترح فاي وهيريوت (1979) أيضاً طريقة العزوم، التي تتجنب إنشاء أشكال الاحتمال الأرجح الأقصى. فإذا أخذنا $\hat{\sigma}_u^2$ كمُقدِّر متنسق للقيمة σ_u^2 ، كالذي حصل عليه في طرائق الملاءمة السابقة. فإذا وصعنا $\hat{\sigma}_u^2$ مكان σ_u^2 في (8)، نحصل على أفضل متنبئ خطي غير متحيز تجريبي للقيمة δ_d :

$$\hat{\delta}_d^{FH} = \hat{\gamma}_d \hat{\delta}_d^{DIR} + (1 - \hat{\gamma}_d) \mathbf{x}_d' \hat{\boldsymbol{\beta}}, \quad (10)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\sum_{d=1}^D \hat{\gamma}_d \mathbf{x}_d \mathbf{x}_d')^{-1} \sum_{d=1}^D \hat{\gamma}_d \mathbf{x}_d \hat{\delta}_d^{DIR} \quad \text{وذلك } \hat{\gamma}_d = \hat{\sigma}_u^2 / (\hat{\sigma}_u^2 + \psi_d) \quad \text{حيث}$$

إذا كانت معلمتا النموذج $\boldsymbol{\beta}$ و σ_u^2 معروفتين، فيسكون متوسط الخطأ التربيعي، بالاستناد إلى النموذج (7)، كما يلي:

$$\text{mse}(\hat{\delta}_d^{FH}) = \gamma_d \psi_d \leq \psi_d = \text{var}_{\pi}(\hat{\delta}_d^{DIR} | \delta_d).$$

ولذلك، وإذا كانت القيمة الحقيقية للمؤشر δ_d معطاة، وإذا كانت $\boldsymbol{\beta}$ و σ_u^2 معروفتين، لا يمكن لأفضل متنبئ خطي غير متحيز بموجب نموذج فاي-هيريوت، أو $\hat{\delta}_d^{FH}$ ، أن يكون أقل كفاءة من المُقدِّر المباشر. من حيث التطبيق، وبما أن كلاً من $\boldsymbol{\beta}$ و σ_u^2 يجري تقديره، يضاف الخطأ الناجم عن تقدير هاتين المعلمتين لمتوسط الخطأ التربيعي لمُقدِّر فاي-هيريوت. إلا أن الحدين الزائدين هذين اللذين يضافان إلى متوسط الخطأ التربيعي تميل قيمتهما نحو الصفر بينما ينحو عدد المجالات، D ، إلى اللانهاية. ولذا يرجح بالنسبة إلى العدد الكافي من المجالات، D ، أن يتحسن مُقدِّر فاي-هيريوت على المُقدِّر المباشر من حيث متوسط الخطأ التربيعي. ولهذا السبب تنحو هذه المُقدِّرات إلى التحسن في معظم المجالات طالما يوجد عدد كافٍ من المجالات، D .

وبموجب التوزيع الطبيعي لقيم u_d و e_d ، حصل براساد وراو (1990) على تقريب من الدرجة الثانية (أي حين يكون الخطأ $o(D^{-1})$ حين تكون قيمة D كبيرة) لمتوسط الخطأ التربيعي لمُقدِّر فاي-هيريوت:

$$\text{mse}(\hat{\delta}_d^{FH}) = g_{d1}(\sigma_u^2) + g_{d2}(\sigma_u^2) + g_{d3}(\sigma_u^2),$$

حيث:

$$g_{1d}(\sigma_u^2) = \gamma_d \psi_d,$$

$$g_{2d}(\sigma_u^2) = (1 - \gamma_d)^2 \mathbf{x}_d' \left(\sum_{d=1}^D \gamma_d \mathbf{x}_d \mathbf{x}_d' \right)^{-1} \mathbf{x}_d,$$

$$g_{3d}(\sigma_u^2) = (1 - \gamma_d)^2 (\sigma_u^2 + \psi_d^2)^{-1} \text{var}(\hat{\sigma}_u^2),$$

وحيث $\text{var}(\hat{\sigma}_u^2)$ هو التباين المقارب للمُقدِّر $\hat{\sigma}_u^2$ لقيمة σ_u^2 ، الذي يعتمد على طريقة التقدير المستخدمة.

(ب) طريقة البرز ولانجو ولانجو

وضع البرز ولانجو ولانجو (2003) طريقة لتقدير المؤشرات العامة، ويستخدمها البنك الدولي تقليدياً لإنشاء الخرائط التي تُظهر التوزيع الإقليمي للفقر أو اللامساواة. كانت هذه أول طريقة تصمّم لتقدير المؤشرات أشد تعقيداً من المجاميع أو المعدلات، طالما هي دالة لمتغير يتصل بالرفاه (وعادة ما يستعمل الدخل أو الإنفاق المتيسر). تفترض هذه الطريقة استخدام نموذج الأخطاء المتداخلة:

$$Y_{di} = \mathbf{x}_{di}'\boldsymbol{\beta} + u_d + e_{di}, \quad i = 1, \dots, N_d, d = 1, \dots, D, \quad (11)$$

حيث يبلغ $Y_{di} = \log(E_{di} + c)$ حيث $c > 0$ وقيمتها ثابتة. بينما E_{di} هو متغير الرفاه للوحدة i في المجال d ، وحيث $u_d \stackrel{iid}{\sim} (0, \sigma_u^2)$ و $e_{di} \stackrel{i}{\sim} (0, \sigma_e^2 k_{di}^2)$ ، ومستقلتان عن u_d و e_{di} ، والقيم الثابتة k_{di} معروفة وتمثل أوجه التباين الممكنة.

يحصل على مُقدّر البرز ولانجو ولانجو للبارامتر العام $\delta_d = \delta_d(\mathbf{y}_d)$ بموجب النموذج (11) من خلال عملية إعادة معاينة. وهذه العملية توفر تقريباً عددياً لمُقدّر البرز ولانجو ولانجو النظري، المُعطى من خلال التوقع الهامشي $\hat{\delta}_d^{ELL} = \mathbb{E}[\delta_d]$. وتُستخدم عملية إعادة المعاينة نفسها لتقدير متوسط الخطأ التريبيعي لمُقدّر البرز ولانجو ولانجو.

تعمل عملية إعادة المعاينة هذه على النحو التالي:

1- بالنسبة إلى متبقيات النموذج المُسوَّى للبيانات (11)، تولد آثار عشوائية u_d^* لكل مجال $d = 1, \dots, D$ ، بأخطاء e_{di}^* لكل وحدة $i = 1, \dots, N_d$ ، حيث $d = 1, \dots, D$.

2- بناء على المُقدّر $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ ، لبارامتر الانحدار $\boldsymbol{\beta}$ ، وباستخدام قيم المتغيرات المساعدة للأفراد داخل العينة وخارجها، تولد قيم إعادة المعاينة لجميع وحدات السكان. وذلك من خلال عملية التوليد التي تعبر عنها المعادلة التالية:

$$Y_{di}^* = \mathbf{x}_{di}'\hat{\boldsymbol{\beta}} + u_d^* + e_{di}^*, \quad i = 1, \dots, N_d, d = 1, \dots, D$$

3- توفر الخطوة السابقة تعداداً لمتغير الاستجابة، ويمكن استخدامه لتقدير المؤشرات بجميع أنواعها طالما تعتمد فقط على رفاه الفرد. تكرر عملية التوليد هذه في $a = 1, \dots, A$ ، ما يتيح تعدادات تامة يبلغ عددها A . بعد ذلك، ولكل تعداد a ، نحسب المؤشر المطلوب $\delta_d^{*(a)} = \delta_d(\mathbf{y}_d^{*(a)})$ حيث $\mathbf{y}_d^{*(a)} = (Y_{d1}^{*(a)}, \dots, Y_{dN_d}^{*(a)})'$ وهي قيم مؤشر الاستجابة في تعداد إعادة المعاينة a .

4- يحصل على مُقدّر البرز ولانجو ولانجو من خلال حساب المعدل للتعدادات البالغ عددها A :

$$\hat{\delta}_d^{ELL} = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A \delta_d^{*(a)}$$

وكذلك يقدر متوسط الخطأ التريبيعي في هذه الطريقة على النحو التالي:

$$\text{mse}_{\text{ELL}}(\hat{\delta}_d^{\text{ELL}}) = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A (\delta_d^{*(a)} - \hat{\delta}_d^{\text{ELL}})^2$$

ويتبين بسهولة أنه، بالنسبة إلى المجالات ذات عدد السكان الكبير N_d (كما هو الحال في التطبيق العملي)، إذا احتسب مُقدِّر البرز ولانجو ولانجو لمتوسط المنطقة \bar{Y}_d من خلال حساب المتوسط $\bar{Y}_d^{*(a)} \approx \bar{\mathbf{X}}_d' \hat{\boldsymbol{\beta}} + u_d^{*(a)}$ لتعدادات يبلغ عددها A ، فسيكون متوسط آثار إعادة المعاينة العشوائية $u_d^{*(a)}$ ، في مكررات إعادة المعاينة، هو $\hat{Y}_d^{\text{ELL}} = E[\bar{Y}_d]$ وبالتالي، يتبين أن مُقدِّر البرز ولانجو ولانجو لمتوسط المجال $A^{-1} \sum_{a=1}^A u_d^{*(a)} \approx E[u_d] = 0$ هو مُقدِّر الانحدار التوليقي:

$$\hat{Y}_d^{\text{ELL}} = \bar{\mathbf{X}}_d' \hat{\boldsymbol{\beta}}.$$

ويعود السبب إلى أن التوقع الهامشي $E[\delta_d]$ ، وبخلاف التوقع المشروط في بيانات العينة، لا يستعمل ملاحظات العينة، وبالتالي يمثل للتنبؤ الناجم عن الانحدار الخطي، بدون أخذ آثار المجال بالحسبان (وهذه الآثار تتلاشى). وبالتالي فلدى مُقدِّر البرز ولانجو ولانجو المشاكلة نفسها التي تظهر في مُقدِّر الانحدار التوليقي. أي أنه من الممكن له أن يكون متحيزاً إلى حد كبير إذا لم يتماسك نموذج الانحدار بدون آثار المجالات. أي إذا لم تبين المتغيرات المساعدة المعتبرة تمام التبيان أوجه تباين متغير الاستجابة في المجالات.

وبخلاف طرائق إعادة المعاينة المعتادة، لا يسوى النموذج مرة أخرى في عملية إعادة المعاينة المذكورة سابقاً، كما لا يعاد تقدير المؤشرات مع كل عينة تعاد معاينتها (والتي ينبغي استقاؤها من تعدادات إعادة المعاينة لاستنساخ الواقع المادي). وبالتالي، لا تُستنسخ عملية الواقع المادي في عملية إعادة المعاينة في طريقة البرز ولانجو ولانجو. ونتيجة لذلك، فمتوسط الخطأ التربيعي المقدر باستخدام هذه الطريقة لا تستنسخ الأخطاء المتكبدة في الواقع الملموس. وأخيراً، وحسب طريقة البرز ولانجو ولانجو الأصلية، فالآثار العشوائية المشمولة بالنموذج هي في الواقع لمجموعات عنقودية (المرحلة الأولى من وحدات أخذ العينات) وليست للمجالات المطلوبة. ولكن، إذا اعتبر استخدام هذا النموذج، إلا أن المتغيرات المساعدة المتوفرة لا تبين تمام التبيان أوجه عدم التوافق بين المجالات، يمكن لتقديرات طريقة البرز ولانجو ولانجو لمتوسط الخطأ التربيعي أن تقل كثيراً من القيمة الحقيقية لمتوسط الخطأ التربيعي لمُقدِّر البرز ولانجو ولانجو.

(ج) طريقة متنبئ بايز الأفضل التجريبي

اقترح كلٌّ من مولينا وراو (2010) تقدير المؤشرات العامة غير الخطية باستخدام متنبئ بايز الأفضل، على أساس نموذج الأخطاء المتداخلة. تفترض هذه الطريقة أن المتغيرات $Y_{ai} = \log(E_{ai} + c)$ تتبع النموذج (11)، مع آثار عشوائية موزعة على نحو طبيعي، u_{ai} ، والأخطاء e_{ai} . وفقاً لهذا النموذج، فالمتجهات المتغيرة لكل مجال، $\mathbf{y}_d = (Y_{d1}, \dots, Y_{dN_d})'$ ، حيث $d = 1, \dots, D$ ، هي مستقلة، وتؤكد أن $\mathbf{y}_d \stackrel{\text{ind}}{\sim} N(\boldsymbol{\mu}_d, \mathbf{V}_d)$ مع متجه متوسط $\boldsymbol{\mu}_d = \mathbf{X}_d \boldsymbol{\beta}$ حيث $\mathbf{X}_d = (\mathbf{x}_{d1}, \dots, \mathbf{x}_{dN_d})'$ ، ومع مصفوفة التباين المشترك $\mathbf{V}_d = \sigma_u^2 \mathbf{1}_{N_d} \mathbf{1}_d' + \sigma_e^2 \mathbf{A}_d$ حيث $\mathbf{A}_d = \text{diag}(k_{di}^2; i = 1, \dots, N_d)$. وبالنسبة إلى المؤشر العام المعرف كدالة لـ \mathbf{y}_d ، أي $\delta_d = \delta_d(\mathbf{y}_d)$ ، فالمتوقع الأفضل هو الذي يقلص متوسط الخطأ التربيعي إلى أقصى حد، ويُعطى من خلال المعادلة التالية:

$$\hat{\delta}_d^{\text{B}}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbb{E}_{\mathbf{y}_{dr}}[\delta_d(\mathbf{y}_d) | \mathbf{y}_{as}; \boldsymbol{\theta}], \quad (12)$$

حيث يؤخذ التوقع بالنسبة إلى توزيع القيم خارج العينة y_{dr} من المجال d ، مع قيم العينة y_{ds} . يعتمد هذا التوزيع المشروط على القيمة الحقيقية، θ ، لبارامتر النموذج لـ y_{ds} . وإذا وُضع المُقدّر المتسق $\hat{\theta}$ محل θ في المتنبي الأفضل (12)، نحصل على ما يسمى بمتنبي بايز الأفضل التجريبي، $\hat{\delta}_d^{EB} = \hat{\delta}_d^B(\hat{\theta})$. تتيح طرائق تسوية الاحتمال الأرجح الأقصى والاحتمال الأرجح الأقصى المقيد التي تستند إلى الاحتمال الأرجح الطبيعي مُقدّرات متسقة تحت شروط تنظيمية محددة، حتى وإن لم يتماسك التوزيع الطبيعي.

وفقاً لنموذج الأخطاء المتداخلة (11)، يحصل على توزيع $y_{dr}|y_{ds}$ وهو ضروري لحساب المتنبي الأفضل (12)، على النحو التالي: بادئ ذي بدء، تفكك المصفوفتان \mathbf{X}_d و \mathbf{V}_d في قسم العينات والقسم خارج العينات على نحو مماثل لتفكيك y_d ، أي:

$$y_d = \begin{pmatrix} y_{ds} \\ y_{dr} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{ds} \\ \mathbf{X}_{dr} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_d = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{ds} & \mathbf{V}_{dsr} \\ \mathbf{V}_{drs} & \mathbf{V}_{dr} \end{pmatrix}$$

وبما أن y_d تتبع توزيعاً طبيعياً، تتبع الشروطات جميعها أيضاً توزيعاً طبيعياً، وبفصل أكبر:

$$y_{dr}|y_{ds} \stackrel{\text{ind}}{\sim} N(\boldsymbol{\mu}_{dr|s}, \mathbf{V}_{dr|s}), \quad d = 1, \dots, D, \quad (13)$$

حيث يتخذ كل من المتجه المتوسط المشروط ومصفوفة التباين المشترك الشكلين التاليين:

$$\boldsymbol{\mu}_{dr|s} = \mathbf{X}_{dr}\boldsymbol{\beta} + \gamma_d(\bar{y}_{da} - \bar{\mathbf{x}}_{da}^T\boldsymbol{\beta})\mathbf{1}_{N_d-n_d}, \quad (14)$$

$$\mathbf{V}_{dr|s} = \sigma_u^2(1 - \gamma_d)\mathbf{1}_{N_d-n_d}\mathbf{1}_{N_d-n_d}^T + \sigma_e^2 \text{diag}_{i \in r_d}(k_{di}^2), \quad (15)$$

حيث $\mathbf{1}_k$ هو متجه من الأحاد حجمه k .

وبالنسبة إلى المؤشرات $\delta_d = \delta_d(y_d)$ ذات الأشكال المركبة، لعله يستحيل حساب التوقع الذي يُعرّف المتنبي الأفضل بصورة تحليلية. وفي حالات كهذه، يمكن تقريب المتنبي الأفضل تجريبياً باستخدام محاكاة مونت كارلو، وهي عملية تسير خطواتها على النحو التالي:

1- الحصول على المُقدّر $\hat{\theta} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}', \hat{\sigma}_u^2, \hat{\sigma}_e^2)'$ لمتجه البارامتر $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}', \sigma_u^2, \sigma_e^2)'$ من خلال تسوية النموذج (11) وفقاً لبيانات العينة (y_s, \mathbf{X}_s) .

2- من أجل $a = 1, \dots, A$ ، توليد متجهات متغيّرات الاستجابة للوحدات خارج العينة، $y_{dr}^{(a)}$ ، للمجال d من التوزيع $y_{dr}|y_{ds}$ المُعطى في (13)-(15)، حيث تُستبدل بالقيمة θ قيمة مُقدّر $\hat{\theta}$ الذي يحصل عليه في الخطوة 1.

3- تعزيز المتجه المتولد $y_{dr}^{(a)}$ ببيانات العينات y_{ds} لتكوين متجه للتعداد، $y_d^{(a)} = (y_{ds}', (y_{dr}^{(a)})')'$ ، من أجل المجال d . وباستخدام $y_d^{(a)}$ ، حساب المؤشر المطلوب $\delta_d^{(a)} = \delta_d(y_d^{(a)})$. ومن ثم التكرار في $a = 1, \dots, A$.

4- يحصل على تقريب مونت كارلو لمتنبي بايز الأفضل التجريبي للمؤشر δ_d من خلال حساب معدل المؤشرات من أجل عمليات محاكاة للتعداد يبلغ عددها A ، أي:

$$\delta_d^{EB} = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A \delta_d^{(a)}. \quad (16)$$

تجدر الملاحظة أنه، ومن أجل المؤشرات غير الخطية للمجالات، δ_d ، يتطلب كل من مُقدّر إبيرز ولانجو ولانجو ومُقدّر متنبي بايز الأفضل التجريبي، تعداداً بقيم على مستوى الوحدات للمتغيرات المساعدة $\{\mathbf{x}_{di}; i = 1, \dots, N_d, d = 1, \dots, D\}$ وذلك بالإضافة إلى ملاحظات المسح بالنسبة إلى المتغيرات المطلوبة والمتغيرات المساعدة. وبالمبدأ، تتطلب طريقة متنبي بايز الأفضل التجريبي أيضاً تحديد وحدات المسح في تعداد المتغيرات المساعدة بُغية تحديد الوحدات داخل العينة وخارجها. بيد أن الواقع الملموس قد لا يتيح الربط بين المسح والتعداد في جميع الأحيان. عادة ما يكون حجم عينة المجال، في الواقع، صغيراً للغاية بالمقارنة مع عدد السكان N_d . في هذه الحالة، يمكن استخدام ما يُطلق عليه اسم متنبي تعداد بايز الأفضل التجريبي الذي اقترحه كل من كوريا ومولينا وراو (2012). تتجنب هذه الطريقة تحديد وحدات العينة في التعداد. ويمكن الحصول على تقريب بطريقة مونتني كارلو لتعداد متنبي بايز الأفضل التجريبي من خلال العملية نفسها المذكورة فيما سبق، ولكن بعد وضع متجه التعداد التام $\mathbf{y}_d^{(a)}$ مكان المتجه خارج العينة $\mathbf{y}_{dr}^{(a)}$. ومن ناحية أقرب إلى الملموس، يمكن، من خلال التوليد في الخطوة الثانية، الحصول على تعدادات المجالات الكاملة على النحو التالي: $\mathbf{y}_d^{(a)} = \boldsymbol{\mu}_{d|s} + v_d^{(a)} \mathbf{1}_{N_d - n_d} + \boldsymbol{\varepsilon}_d^{(a)}$ حيث $\boldsymbol{\mu}_{d|s} = \mathbf{X}_d \boldsymbol{\beta} + \gamma_d (\bar{Y}_{da} - \bar{\mathbf{x}}_{da}^T \boldsymbol{\beta}) \mathbf{1}_{N_d}$ ، وإذا كان كسر أخذ عينات المجال n_d/N_d ذا قيمة ضئيلة يمكن التجاوز عنها، فيسيفارب متنبي تعداد بايز الأفضل التجريبي مساواة قيمة متنبي بايز التجريبي الأصلي.

وحساب التقريبات التحليلية لمتوسط الخطأ التربيعي لمتنبات تعداد بايز الأفضل التجريبية يتطلب عملية معقدة. ويصف كل من مولينا وراو (2010) طريقة إعادة معاينة بارامترية لتقدير متوسط الخطأ التربيعي بالاستناد إلى طريقة إعادة المعاينة للسكان ذوي الأعداد المتناهية التي طرحها غونزاليس-مانتيا وآخرون (2008). وتتألف هذه الطريقة من أداء الخطوات التالية:

1- ملاءمة النموذج لبيانات العينة $\mathbf{y}_s = (\mathbf{y}_{1s}, \dots, \mathbf{y}_{Ds})$ للحصول على تقديرات لبارامترات النموذج $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}', \sigma_u^2, \sigma_e^2)'$.

2- توليد آثار إعادة المعاينة على النحو التالي:

$$u_d^{*(b)} \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \hat{\sigma}_u^2), \quad d = 1, \dots, D$$

3- التوليد، وعلى نحو مستقل عن $u_1^{*(b)}, \dots, u_D^{*(b)}$ ، لأخطاء إعادة المعاينة على النحو التالي:

$$e_{di}^{*(b)} \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \hat{\sigma}_e^2), \quad i = 1, \dots, N_d, d = 1, \dots, D$$

4- توليد مجموعة سكانية (أو تعداد) لإعادة المعاينة من أجل متغيرات الاستجابة من خلال النموذج:

$$Y_{di}^{*(b)} = \mathbf{x}_{di}' \hat{\boldsymbol{\beta}} + u_d^{*(b)} + e_{di}^{*(b)}, \quad i = 1, \dots, N_d, d = 1, \dots, D$$

5- تعريف متجه التعداد لمتغير الاستجابة للمجال d بالصورة التالية: $\mathbf{y}_d^{*(b)} = (Y_{d1}^{*(b)}, \dots, Y_{dN_d}^{*(b)})'$ وحساب المؤشرات المطلوبة من تعداد إعادة المعاينة $\delta_d^*(b) = \delta_d(\mathbf{y}_d^{*(b)})$ ، حيث $d = 1, \dots, D$.

6- وبالنسبة إلى العينة الأصلية $s = s_1 \cup s_D$ ، وإذا اعتبرت $(y_{1s}^{*(b)})', \dots, (y_{Ds}^{*(b)})'$ هي المتجه مع ملاحظات إعادة المعاينة للوحدات ذات القوى في العينة، أي التي تتضمن المتغيرات $DY_{di}^{*(b)}$ ، $i \in s_d$ ، $d = 1, \dots, D$ ، ينبغي ملاءمة النموذج (11) مرة ثانية مع بيانات عينة إعادة المعاينة $y_s^{*(b)}$ للحصول على متنبئات تعداد بايز الأفضل التجريبية لإعادة المعاينة للمؤشرات المطلوبة $\delta_d^{EB*(b)}$ ، $d = 1, \dots, D$.

7- تكرار الخطوات 2 إلى 6 لقيم $b = 1, \dots, B$ والحصول على قيم إعادة المعاينة الحقيقية، $\delta_d^{*(b)}$ ، ومنتبئات تعداد بايز الأفضل التجريبية لإعادة المعاينة المقابلة لها، $\delta_d^{EB*(b)}$ ، لكل مجال $d = 1, \dots, D$ ولكل مكرر من أجل إعادة المعاينة: $b = 1, \dots, B$.

8- تُعطى مُقدّرات "إعادة المعاينة البسيطة" لمتوسط الخطأ التربيعي لمنتبئات تعداد بايز الأفضل التجريبية من خلال المعادلة التالية:

$$mse_B(\hat{\delta}_d^{EB}) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left(\delta_d^{EB*(b)} - \delta_d^{*(b)} \right)^2, \quad d = 1, \dots, D$$

وحيث لا يمكن تحديد وحدات العينة في التعداد، يمكن تكيف عملية إعادة المعاينة هذه للحصول على مُقدّرات لمتوسط الخطأ التربيعي لمنتبئات تعداد بايز الأفضل التجريبية للتعداد. وفي هذه الحالة، وبدلاً من توليد تعدادات إعادة المعاينة، $y_d^{*(b)}$ ، في الخطوة 5 ثم استخراج عناصر العينة، $(y_{ds}^{*(b)})$ ، في الخطوة 6 (والتي لا يمكن تحديدها في التعداد)، تُؤدّ وحدات العينة، $(y_{ds}^{*(b)})$ ، على نحو منفصل عن التعداد، وذلك من النموذج المقابل باستخدام مصفوفة تصميم المسح X_{ds} . ثم تُستخدم بيانات عينة إعادة المعاينة لحساب متنبئات تعداد بايز الأفضل التجريبية للتعداد بدلاً من متنبئات بايز الأفضل التجريبية الأصلية.

ثانياً- تطبيق: مسح خارطة الفقر في فلسطين

خلال هذا القسم من الدراسة، نطبق طرائق تقدير المجالات الصغيرة على مسح خارطة الفقر في فلسطين مصنفة وفقاً للنوع الاجتماعي. مصادر البيانات هي مسح إنفاق واستهلاك الأسرة المقابل للسنة 2016/2017، وتعداد السكان الذي أُجري في عام 2017. ومجالات اهتماماتنا هي المواقع المحلية في المحافظات الفلسطينية. ومن بين 319 موقعاً محلياً يظهر في التعداد، لم تؤخذ عينة إلا للموقع $D = 162$ في مسح إنفاق واستهلاك الأسرة. وكمقياس للرفاه، E_{di} ، نأخذ بالاعتبار معادل الإنفاق الشهري للشخص البالغ (بالشيكال الإسرائيلي)، وهو أيضاً ما أُخذ بالاعتبار في مسح إنفاق واستهلاك الأسرة ولكن ليس في التعداد. يتضمن التعداد متغيرات عدة تُفاس بطريقة مماثلة في مسح إنفاق واستهلاك الأسرة. وقد يرتبط بعض هذه المتغيرات بمقياس الرفاه المذكور سابقاً وسيستخدم كمتغيرٍ مصاحب في نموذج للرفاه.

أما المؤشرات المطلوبة فهي معدلات الفقر والفجوات. في موقع محلي محدد، d ، يُحسب معدل الفقر والفجوة من خلال اعتبار قيمة $\alpha = 0,1$ ، على التوالي، في المعادلة التالية:

$$F_{ad} = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} \left(\frac{z - E_{di}}{z} \right)^\alpha I(E_{di} < z), \quad \alpha \geq 0$$

ويُقاس خط الفقر من حيث مقياس الرفاه المذكور سابقاً، و يبلغ $z = 10,027$ شيكل. وبناءً على خط الفقر هذا، يُعتبر 26 في المائة من السكان الفلسطينيين تحت ذلك الخط.

وبالنسبة إلى حجم الشريحة السكانية والعينة، وبعد إزالة بعض السجلات ذات البيانات الناقصة، فيوجد في التعداد 4,266,953 سجلاً، كما يوجد 18,383 في المسح. وبحجم العينة هذا، يبلغ كسر أخذ العينات 43/10000. وتنقسم الحالات الملاحظة بالتساوي تقريباً بين النوعين الاجتماعيين (9,119 من النساء و9,244 من الرجال). وبالنسبة إلى توزيع أحجام العينات بحسب المنطقة، تلقى الضفة الغربية تمثيلاً أفضل بكثير في مسح إنفاق واستهلاك الأسرة إذ يبلغ 13,216 حالة ملاحظة (من مجموع 2,395,774)، مقارنة مع غزة بحالات عددها 5,147 (من 1,871,179). وحتى وإن لم يكن الكسر الإجمالي من أخذ العينات صغيراً، نجد أنه إذا صُنّف وفقاً للمواقع المحلية والنوع الاجتماعي يصبح صغيراً للغاية (أنظر الجدول 1).

الجدول 1- ملخص لأحجام العينات للمواقع المحلية ولكل نوع اجتماعي

الحد الأدنى	الربع الأول	الوسيط	الوسط	الربع الثالث	الحد الأقصى
14	26	35	56.29	61.5	405
13	28	36	57.06	63.0	464

وتجدر الملاحظة أن معدل الفقر هو نسبة. ولنأخذ في الاعتبار حالة بسيطة هي تقدير نسبة السكان، p ، بموجب أخذ العينات العشوائي البسيط، ومع نسبة للعينة هي \hat{p} . وحيث تبلغ النسبة الحقيقية حوالي $p = 0.26$ (معدل الفقر على الصعيد الوطني)، وحجم العينة الأدنى الذي نحتاج إليه للحصول على معامل التباين المُقدّر، $CV(\hat{p}) = \sqrt{(1-p)/(pn)}$ ، تحت 20 في المائة، هو $n = 71$. وفقاً للجدول 1، فما لا يقل عن ثلاثة أرباع المواقع المحلية لديه معامل للتباين يتخطى 20 في المائة لكل من النوعين الاجتماعيين. ويعني هذا أن المُقدّرات المباشرة ليست موثوقة لجميع هذه المواقع المحلية. وفي الواقع، حسبنا مُقدّر هاجيك، F_{ad}^{HA} ، لكل منطقة محلية d ، كما هو الحال في (4) في القسم 1-3، مع ملاحظة أن مؤشراتنا يمكن التعبير عنها كمتوسطات للمجال $F_{ad} = N_d^{-1} \sum_{i=1}^{N_d} F_{\alpha, di}$:

$$F_{\alpha, di} = \left(\frac{z - E_{di}}{z} \right)^\alpha I(E_{di} < z), \quad i = 1, \dots, N_d.$$

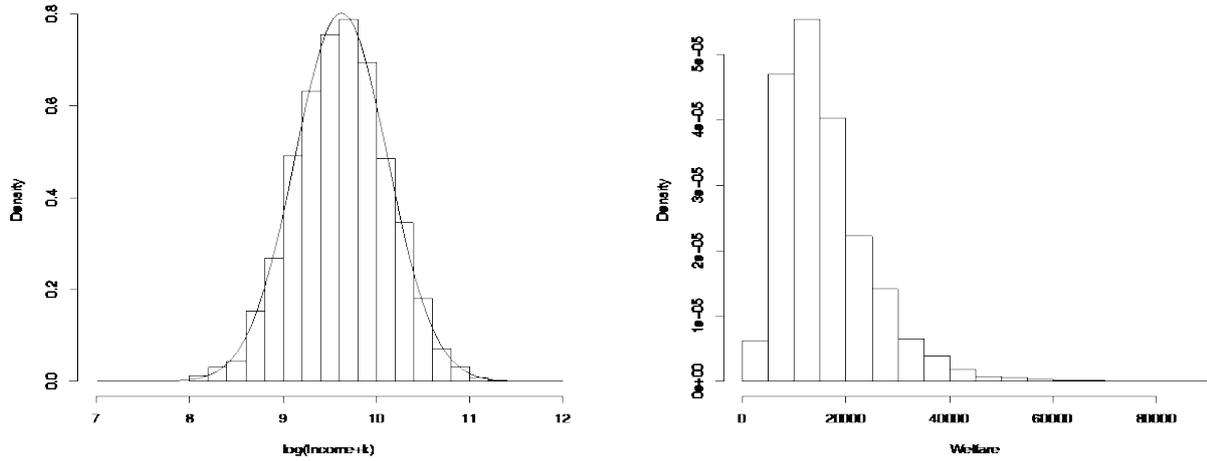
وتتخذ التقديرات المباشرة الناجمة عن معدلات الفقر والفجوات قيمة الصفر (لأن صفرًا من الأفراد رفاهه أدنى من خط الفقر z) بالنسبة إلى 32 موقعاً محلياً حين ننظر في الرجال، وبالنسبة إلى 29 موقعاً محلياً حين ننظر في النساء. وبالتالي، لا يمكن القول إن هذه المُقدّرات المباشرة منطقية بالنسبة إلى المواقع المحلية تلك.

أما نموذج فاي-هيربوت، وهو على مستوى المجال وسبقت الإشارة إليه في القسم 1-2-3، فيستخدم المُقدّرات المباشرة كمتغيّرات للاستجابة، وتبلغ قيمتها الصفر بالنسبة إلى العديد من المواقع المحلية. بالنسبة إلى المواقع المحلية تلك، تصبح قيم تقديرات تباينات أخطاء أخذ العينات، ψ_d ، صفرًا أيضاً، ما يمكن تفسيره بالخلو عن الأخطاء. بيد أنه واضح أن هذه المُقدّرات عرضة لخطأ كبير في أخذ العينات بسبب صغر أحجام العينات. ونتيجة لذلك، نحصل على $\gamma_d = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \psi_d) = 1$ ، فتتناقص قيمة أفضل متنبئ خطي غير متحيز تجريبي ناتج بالاستناد إلى هذا النموذج، المُعطى في (9)، إلى قيمة المُقدّرات المباشرة المقابلة لتلك المواقع المحلية. وهذا بعيد

عن المنطق ولربما يكون مقياساً مضللاً للخطأ. وفي الواقع، حتى لو أردنا أن نجري التقديرات للمواقع المحلية التي لا تبلغ قيمة مقدراتها المباشرة الصفر، فالتقديرات المعادة لمتوسط الخطأ التربيعي لأفضل متنبئ خطي غير متحيز تجريبي يستند إلى نموذج فاي-هيريوت تتطلب توزيعاً طبيعياً، وفي هذه الحالة يكون شكل المدرج التكراري للمقدرات المباشرة (والذي لم يُشمل هنا لغايات الاختصار)، مختلفاً إلى حد لا يستهان به عن التوزيع الطبيعي. وبالتالي، فليس من المستحسن استخدام هذه المقدرات في هذا التطبيق.

ومشاكل النماذج على صعيد المجال في هذا التطبيق، التي تطرقنا إليها سابقاً، وبيانات التعداد الغنية للغاية المتوفرة عاملان يعجلان النماذج على صعيد الوحدة هي أسلوب المجالات الصغيرة الأنسب في هذا التطبيق. ولهذا السبب، نطبق طريقة متنبئ بايز الأفضل التجريبي بالاستناد إلى نموذج الأخطاء المتداخلة على مستوى الوحدة، والمُعطى في (11)، للحصول على مُقدّرات لمؤشرات الفقر لكل موقع محلي، F_{ad} ، حيث $\alpha = 0,1$ ، و $d = 1, \dots, D$. ونأخذ، كمتغيّر استجابة في نموذج الأخطاء المتداخلة، متغيّرات الرفاه المحولة، $Y_{di} = T(E_{di}) = \log(E_{di} + c)$ ، حيث $c = 1000$. يظهر توزيع مقاييس الرفاه المحولة كالتوزيع الطبيعي، كما يظهر من الشكل 1 للنساء. والرسم البياني للرجال يماثله تمام المماثلة.

الشكل 1- رسم مدرج تكراري لمقياس الرفاه للنساء بالنطاق الأصلي (اليسار) وبعد النقل والتحويل اللوغاريتمي (اليمن)

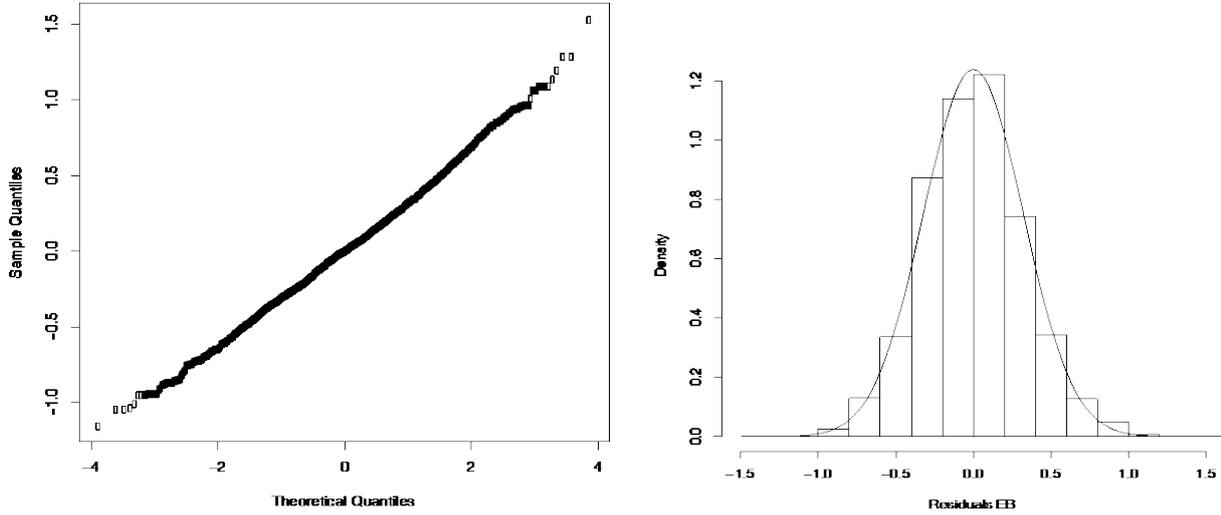


وبالنسبة إلى المتغيّرات التوضيحية في نموذج الأخطاء المتداخلة، نعتبر مواصفات الموقع، وخصائص الأسرة المعيشية، وصفات معيل الأسرة المعيشية، وخصائص المسكن، وأنواع الإمدادات والمرافق. ومن ناحية ملموسة أكثر، شملنا مؤشرات المناطق (غزة والضفة الغربية) ونوع الموقع المحلي (الريف والحضر والمخيمات). وبالنسبة إلى خصائص الأسر المعيشية، شملنا حجم الإناث ونسبتهم من العينة، ونسبة العاملات منهن. أما صفات معيل الأسرة التي أخذناها بالاعتبار فهي إن كان عاطلاً عن العمل، وإذا عمل في أي مرحلة من حياته في إسرائيل أو المستوطنات، وإذا عمل في أي مرحلة من حياته في الحكومة الوطنية، وإن كان في حالة لجوء، وإن كان يعاني من أي نوع من أنواع المصاعب، وإن كان لم يلتحق بالمدرسة قط، وإن كان لديه مستوى تعليمي أعلى من الثانوي. وشملت خصائص المسكن نوع المسكن (فيلا، غرف مستقلة، غير ذلك)، ونوع الحيازة (إيجار أو غير ذلك)، وعدد الغرف. وأخيراً، وفي إطار السلع أو الإمدادات، شملنا نوع نُظْم المياه والصرف الصحي والتدفئة. كما شملنا مؤشرات تملك آلة لغسل الثياب، والبرادات، وآلات غسل الصحون، وتلفزيونات LED/LCD، والمرآح الكهربائية، والتدفئة المركزية، والسخانات الشمسية، وخطوط الهواتف،

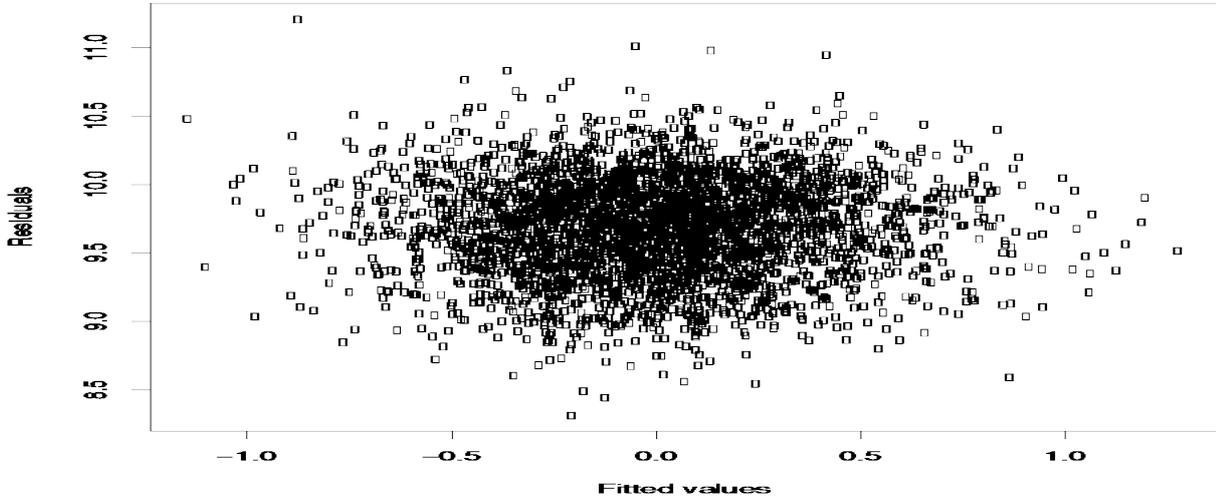
والمكتبات المنزلية، والحواسيب، وهواتف الأياد النقالة أو الألواح المحمولة، والهواتف الذكية. وأجريت مواءمة للنوعين الاجتماعيين في نموذجين منفصلين يستخدمان المتغيرات المصاحبة نفسها.

وبعد مواءمة النماذج بالاحتمال الأرجح الأقصى المقيد، أصبحت تقريباً كافة فئات المتغيرات التوضيحية المعتبرة كبيرة لكل من النوعين الاجتماعيين، وتجاوز R^2 في النموذجين لكل من النوعين الاجتماعيين 53 في المائة. وإذا تفقدنا فرضيات النموذج المعتادة؛ فالمتبقيات من النموذج على مستوى الوحدة تُظهر توزيعاً طبيعياً كما يظهر في الشكل 2 للرجال (ويكاد الرسمان البيانيان للنوعين الاجتماعيين يتطابقان). وعلاوة على ذلك، فالمخطط البياني المبعثر لمتبقيات النموذج إزاء القيم المتوقعة، والذي يظهر للنساء في الشكل 3، لا يُظهر أي نمط أصلاً، ما لا يعطي أي مؤشر بشأن خطية فرضية النموذج (والأمر نفسه ينطبق على الرجال). وأخيراً، لا يُظهر الرسم المدرج التكراري ومخطط qq-الطبيعي للمتبقيات على مستوى المجال (أثار الموقع المحلي المتوقعة) اختلافاً كبيراً عن فرضية التوزيع الطبيعي لآثار المجالات.

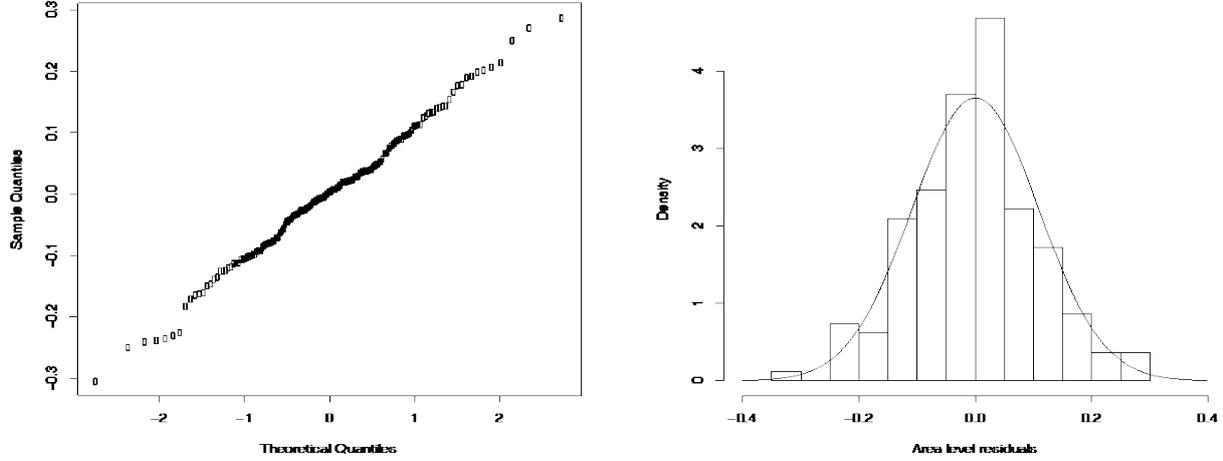
الشكل 2- الرسم المدرج التكرار (اليسار) ومخطط QQ-الطبيعي (اليمن) للمتبقيات على مستوى الوحدة للرجال



الشكل 3- المتبقيات على مستوى الوحدة مقابل القيم المواءمة للنموذج للنساء



الشكل 4- الرسم المدرج التكرار (اليسار) ومخطط QQ-الطبيعي (اليمن) للمتبقيات على مستوى المنطقة (آثار الموقع المحلي المتوقعة) للرجال



وبالإضافة إلى تقديرات (هاجيك) المباشرة المقدر، وحيث إن البيانات لا تشير إلى أي خروج عن النموذج، حسب متنبات بايز الأفضل التجريبية للتعداد المتعلقة بمعدلات الفقر والفجوات على أساس نموذج الأخطاء المتداخلة المعتبر. وبالنسبة إلى مؤشرات الفقر المعتبرة، $\delta_d = F_{\alpha d}$ ، ولـ $\alpha = 0,1$ ، يمكن حساب متنبات بايز الأفضل التجريبية بصورة تحليلية كالتالي:

$$\hat{F}_{\alpha d}^{CEB} = \frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{N_d} \hat{F}_{\alpha, di}$$

حيث $\hat{F}_{\alpha, di} = \mathbb{E}[F_{\alpha, di} | \mathbf{y}_{ds}; \boldsymbol{\theta}]$ هو التوقع بالنسبة إلى $F_{\alpha, di}$ إزاء توزيع $Y_{di} | \mathbf{y}_{ds}$ المُعطى من:

$$Y_{di} | \mathbf{y}_{ds} \sim N(\mu_{di|s}, \sigma_{di|s}^2)$$

حيث تُعطى المعادلتان التاليتان المتوسط المشروط والتباين:

$$\begin{aligned} \mu_{di|s} &= \mathbf{x}_{di}' \boldsymbol{\beta} + \gamma_d (\bar{y}_{da} - \bar{\mathbf{x}}_{da}^T \boldsymbol{\beta}) \\ \sigma_{di|s}^2 &= \sigma_u^2 (1 - \gamma_d) + \sigma_e^2 k_{di}^2 \end{aligned}$$

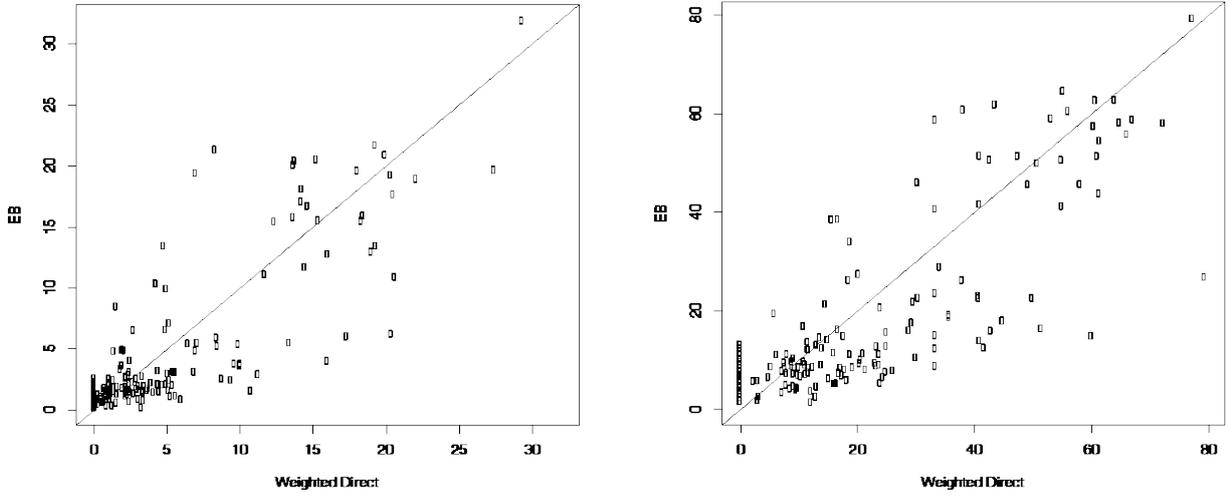
وبالنسبة إلى $\alpha = 0,1$ ، تُعطى التوقعات على التوالي من خلال:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{0, di} &= \Phi(\alpha_{di}) \\ \hat{F}_{1, di} &= \Phi(\alpha_{di}) \left\{ 1 - \frac{1}{z} \left[\exp \left(\mu_{di|s} + \frac{\sigma_{di|s}^2}{2} \right) \frac{\Phi(\alpha_{di} - \sigma_{di|s})}{\Phi(\alpha_{di})} - c \right] \right\} \end{aligned}$$

حيث $\phi(\cdot)$ هي دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي طبيعي معياري، و $\alpha_{di} = [\log(z + c) - \mu_{di|s} - \sigma_{di|s}^2] / \sigma_{di|s}$ معرفة فيما سبق.

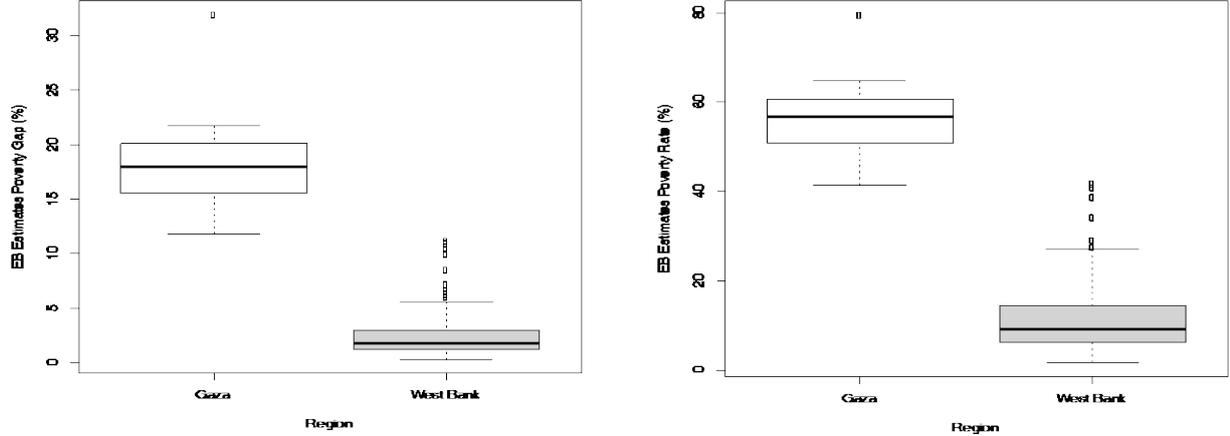
ولنفارن الآن تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية في التعداد. يظهر الشكل 5 تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية مقابل التقديرات المباشرة لمعدلات الفقر في الموقع المحلي (اليسار)، وفجوات الفقر (اليمين)، بالنسبة إلى النساء. أولاً، يمكننا أن نرى القيم الصفرية غير المعقولة للمقدرات المباشرة في العديد من المواقع المحلية. ولا تتخذ - تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية قيمة الصفر لأي من المواقع المحلية. ومن ناحية أخرى، نعلم أن التقديرات المباشرة هي تقريباً غير متحيزة بالنسبة إلى المواقع المحلية حيث كانت أحجام العينات كبيرة، ولدى حساب المعدل على كافة العينات الممكنة المستمدة من خلال آلية أخذ العينات نفسها. تُظهر هذه المخططات تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية في التعداد، في المواقع المحلية التي أُخذت لها عينات، وقد وُزعت حول خط المساواة مع التقديرات المباشرة، ما يشير إلى عدم وجود تحيزٍ نظمي كبير في تصميم تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية في التعداد. لكن تظهر في مخطط معدلات الفقر (اليسار)، نقطتان على اليمين هما أبعد عن بعضهما من ما تبقى من غيرهما، ما يشير إلى تقدير مباشر لمعدل الفقر أكبر بكثير من تقدير متنبئ بايز الأفضل التجريبي المقابل. وحيث إن القيم الحقيقية لا يمكن أن تعرف في تطبيقها مع البيانات الحقيقية، يستحيل معرفة إن كانت التقديرات المباشرة هي ما يبالغ في رفع قيم معدلات الفقر أو إذا كانت تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية في التعداد هي ما يبالغ في التخفيض من قيمتها بالنسبة إلى المواقع المحلية تلك. ولا تختلف نتائج الرجال. وحتى وإن كانت النماذج لكل من النوعين الاجتماعيين تبدو وكأنها تتواءم بصورة جيدة مع هذا التطبيق، فلربما يمكن العثور على تحسينات في النموذج.

الشكل 5- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية مقابل التقديرات المباشرة المرجحة لمعدلات الفقر في موقع محلي وبالنسبة المنوية (اليسار) ولفجوات في الفقر (اليمين)



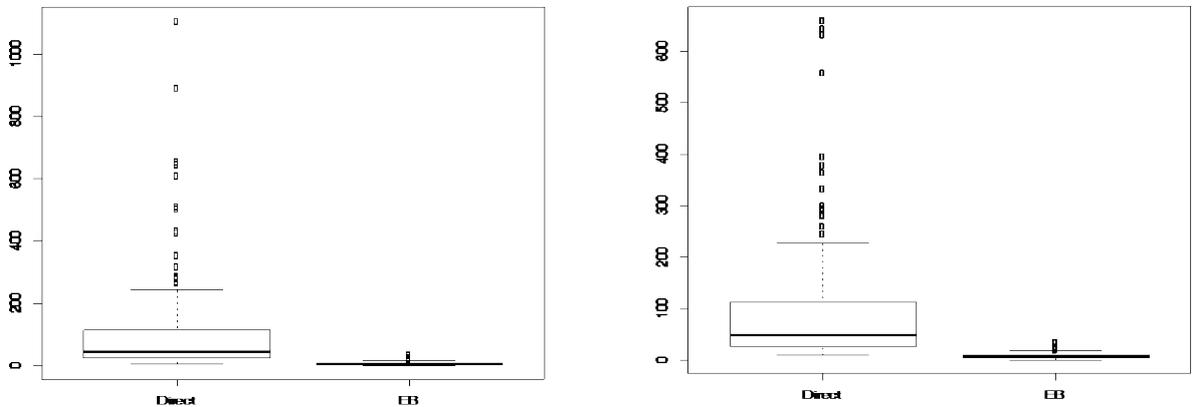
ومن المهم الآن التطرق إلى الفوارق الضخمة في مؤشرات الفقر المقدر وفقاً للمنطقة. يظهر الشكل 6 مخططات صندوقية لمعدلات الفقر في موقع محلي (اليسار) والفجوات فيه (اليمين) وذلك للنساء، وفي غزة والضفة الغربية. يبلغ وسيط تقدير متنبئ بايز الأفضل التجريبي لمعدل الفقر في غزة حوالي 55 في المائة، مقارنة مع 8.3 في المائة في الضفة الغربية. وبالنسبة إلى فجوة الفقر، يبلغ وسيط تقدير متنبئ بايز الأفضل التجريبي 17.4 في المائة في غزة و1.5 في المائة في الضفة الغربية. وهذه الفوارق الكبيرة في التقديرات تدفعنا إلى تحليل النتائج المتبقية بصورة منفصلة لكل منطقة.

الشكل 6- المخطط الصندوقي لتقديرات متنبات بايز الأفضل التجريبية في التعداد، في موقع محلي، معدلات الفقر بالنسبة المئوية (اليسار) وفجوات الفقر بالنسبة المئوية (اليمن)

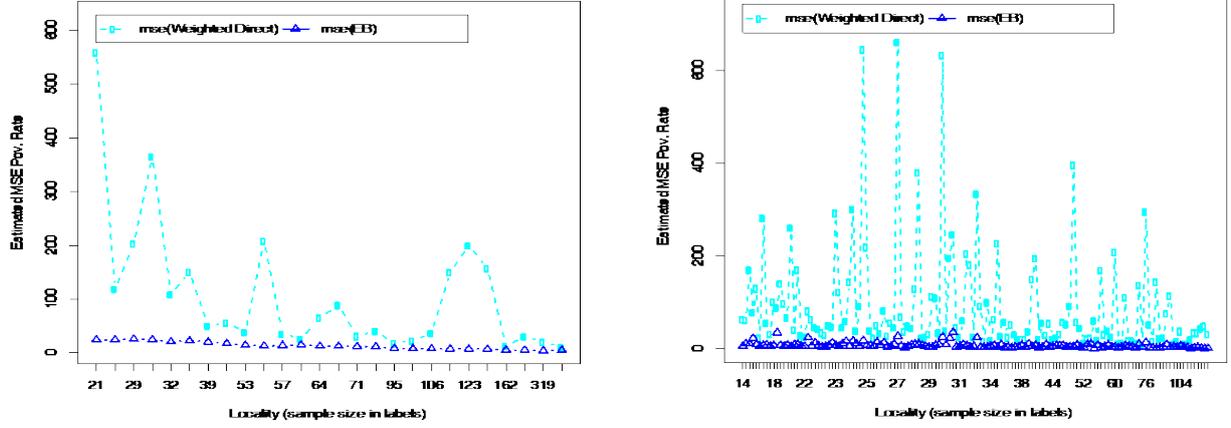


ولنقارن الآن بين جودة متنبى بايز الأفضل التجريبي للتعداد والتقديرات المباشرة. وللحصول على مقاييس للدقة قابلة للمقارنة، قدرنا متوسط الخطأ التربيعي لكل من نوعي المقدرات باستخدام العملية نفسها. وعلى نحو عملي، طبقنا طريقة إعادة المعاينة البارامترية التي وصفت في القسم 3-2-3. ولما كانت تقديرات الفقر السابقة معطاة بالنسبة المئوية، تُعطى تقديرات متوسط الخطأ التربيعي بـ $10^4 \times$. يظهر الشكل 7 مخططات صندوقية لمتوسطات الخطأ التربيعية لنوعي المقدرات، وللنساء (اليسار) والرجال (اليمن) في المواقع المحلية التي أخذت منها العينات. وفي حالة النساء، تبلغ قيمة الوسيط المقدر لمتوسطات الخطأ التربيعية 47، مقارنة مع قيمة 6.7 لمتنبى بايز الأفضل التجريبي للتعداد. وبالنسبة إلى الرجال، فالوسيط المقدر لمتوسطات الخطأ التربيعية هي 45.8 و 5.5 على التوالي للمقدرات المباشرة ومنتبئات بايز الأفضل التجريبية للتعداد. وإذا نظرنا إلى متوسطات الخطأ التربيعية المقدر لكل موقع محلي (أنظر الشكل 8)، نجد أن الانخفاض، بالنسبة المئوية، لمتوسط الخطأ التربيعي المقدر لتقديرات منتبئات بايز الأفضل التجريبية، وبالعلاقة مع المقدرات المباشرة، تبلغ 84 في المائة في حالة معدل الفقر. وتوجد أيضاً مكاسب في كفاءة تقديرات منتبئات بايز الأفضل التجريبية في جميع المواقع المحلية عدا واحداً (مع أنه لا توجد، عملياً، خسارة في الموقع المحلي المشار إليه). وبالنسبة إلى فجوات الفقر، فالمكاسب أكبر من المعدل.

الشكل 7- مخططات صندوقية لمتوسطات الخطأ التربيعية المقدر للتقديرات المباشرة وتقديرات متنبات بايز التجريبية لمعدلات الفقر في المواقع المحلية للنساء (اليسار) والرجال (اليمن)

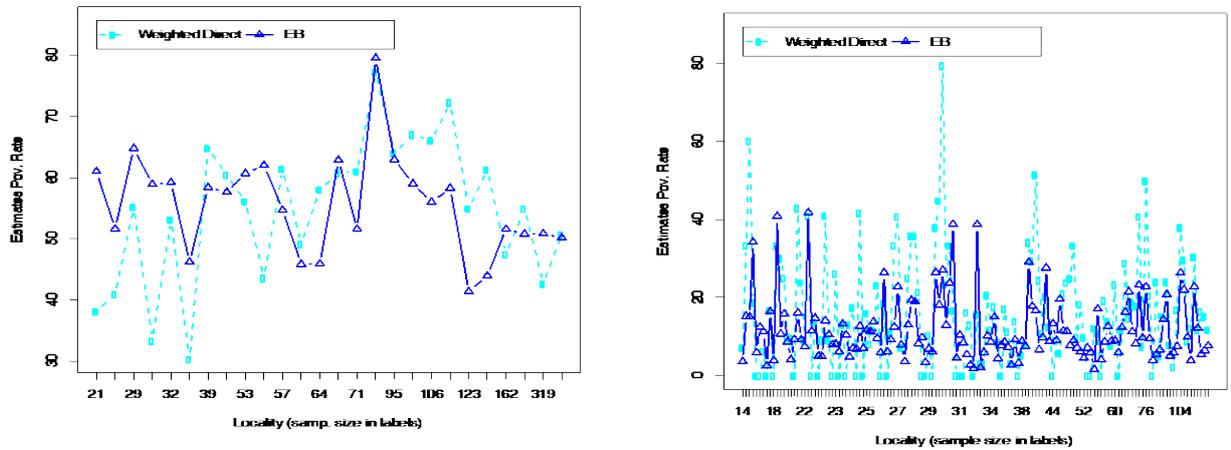


الشكل 8- متوسطات الخطأ التربيعية المقدرة للتقديرات المباشرة وتقديرات متنبات بايز التجريبية لكل موقع محلي أُخذت منه العينات في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن) للنساء. رُتبت المواقع المحلية وفقاً لأحجام العينات من الأصغر إلى الأكبر، مع الإشارة إلى أحجام العينات في الموقع المحلي في علامات المحور السيني



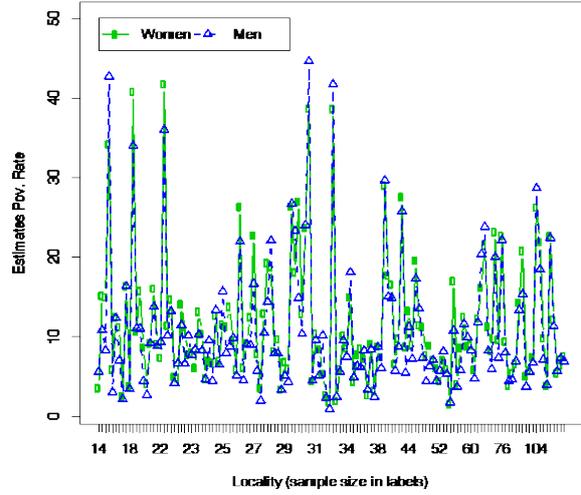
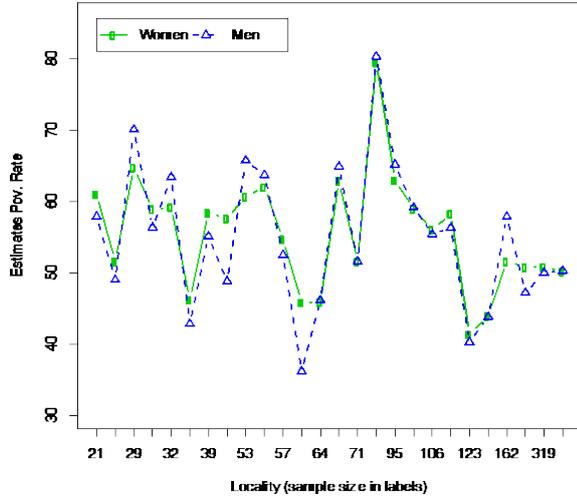
ولنفارن الآن بين تقديرات متنبات بايز الأفضل التجريبية والتقديرات المباشرة لكل موقع محلي أُخذت منه عينة. يظهر الشكل 9 نوعين من التقديرات لمعدلات الفقر للمواقع المحلية التي أُخذت منها العينات في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن) وبترتيب للمواقع المحلية (على المحور السيني) وفقاً لأحجام العينات من الأصغر إلى الأكبر، ومع الإشارة إلى أحجام العينات بالمحور السيني. ويظهر مقدار أكبر بكثير من عدم الاستقرار في التقديرات المباشرة بالمقارنة مع تقديرات متنبات بايز الأفضل التجريبية في المنطقتين. ويمكننا أيضاً أن نرى التقديرات المباشرة الصفرية في العديد من المواقع المحلية. وباختصار، فمقدرات متنبات بايز الأفضل التجريبية للتعداد أكفأ بكثير من المقدرات المباشرة، وفي جميع المواقع المحلية عملياً، كما أنها أكثر استقراراً في المواقع المحلية، دون أن تظهر قيمة صفرية غير منطقية، ولا يبدو أنها تتسبب بتحيز كبير في جميع العينات الممكنة.

الشكل 9- التقديرات المرجحة المباشرة وتقديرات متنبات بايز الأفضل التجريبية لمعدلات الفقر لكل موقع محلي أُخذت منه عينات في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمن)، للنساء. رُتبت المواقع المحلية وفقاً لأحجام العينات من الأصغر إلى الأكبر، وتشير العلامات على المحور السيني إلى أحجام العينات في المواقع المحلية

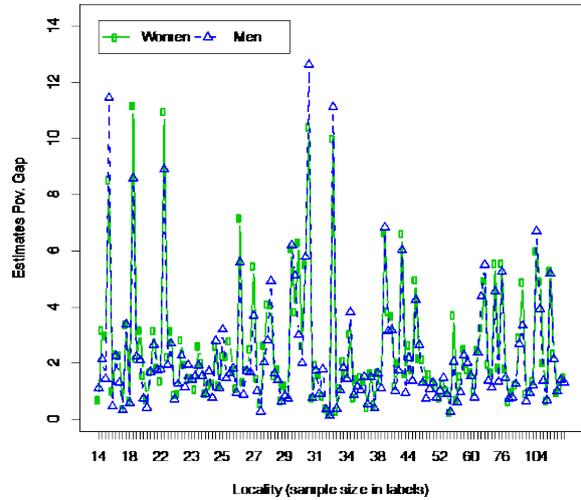
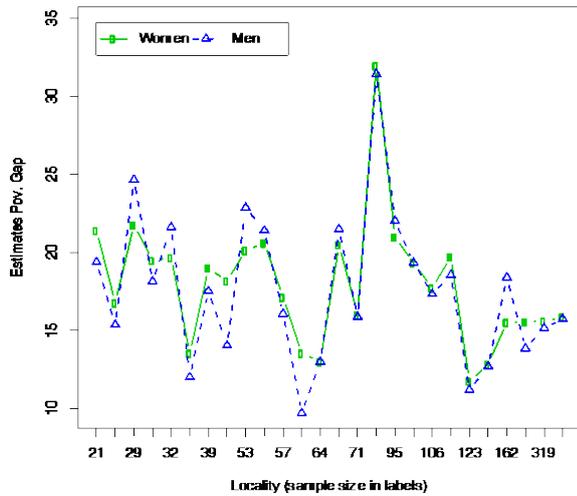


تالياً، نقارن بين تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية لكل من الرجال والنساء. ويظهر الشكل 10 معدلات الفقر المقدرة في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمين)، ولا نرى إلا فرقاً طفيفاً بين التقديرات للنوعين الاجتماعيين. ومع أن 70 في المائة من المواقع المحلية في الضفة الغربية لديها معدلات فقر أكبر للنساء (بينما كانت أكبر للرجال في 30 في المائة من الحالات)، فلا يظهر عملياً في غزة أي فرق بين الجنسين. والنتائج مماثلة بالنسبة إلى فجوات الفقر (الشكل 11).

الشكل 10- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية للتعداد لمعدلات الفقر لكل موقع محلي أخذت له عينة في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمين) لكل من الرجال والنساء. رُتبت المواقع المحلية وفقاً لأحجام العينات من الأصغر إلى الأكبر، مع الإشارة إلى أحجام العينات في العلامات على المحور السيني



الشكل 11- تقديرات متنبئات بايز الأفضل التجريبية للتعداد لفجوات الفقر لكل موقع محلي أخذت له عينة في الضفة الغربية (اليسار) وغزة (اليمين) لكل من الرجال والنساء. رُتبت المواقع المحلية وفقاً لأحجام العينات من الأصغر إلى الأكبر، مع الإشارة إلى أحجام العينات في العلامات على المحور السيني



وأخيراً، يلخص الجدول 2 نموذج متنبئ بايز الأفضل التجريبي للتعداد كما جرت مواعته مع الاحتمال الأرجح الأقصى المقيد.

الجدول 2- نموذج متنبئ بايز

Coefficients	Value	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	9.129654	0.07032788	129.81557	0.0000***
regionWest Bank	0.163741	0.02971331	5.51069	0.0000***
loctype2.f3	-0.124346	0.03326557	-3.73797	0.0003***
hysize_ae	-0.125092	0.00332163	-37.65991	0.0000***
femalep	-0.104234	0.02347222	-4.44075	0.0000***
head_age	0.010015	0.00218386	4.58577	0.0000***
head_age2	-0.000089	0.00002159	-4.13964	0.0000***
head_refugstatRegistered refugee	-0.009893	0.00939727	-1.05277	0.2925
head_refugstatUn-registered refugee	0.100793	0.03590492	2.80721	0.0050**
head_diffYes	-0.148510	0.01854243	-8.00918	0.0000***
head_neverschoolYes	-0.060934	0.02491440	-2.44574	0.0145*
head_secondaboveYes	0.038375	0.00939718	4.08363	0.0000***
employed_ratio	0.220275	0.02344003	9.39738	0.0000***
head_unemployed.f1	-0.094549	0.02014352	-4.69376	0.0000***
head_employisrasett.f1	0.104872	0.01103657	9.50224	0.0000***
head_employnatgov.f1	0.023796	0.01004289	2.36947	0.0178*
dweltype2.fSeparate room	-0.300266	0.19087919	-1.57307	0.1157
dweltype2.fVilla	0.241097	0.04346100	5.54744	0.0000***
tenure2.fRented	-0.060497	0.01626722	-3.71894	0.0002***
rooms	0.050280	0.00362796	13.85913	0.0000***
water_bottled	0.219500	0.02850772	7.69967	0.0000***
wasteOthers	0.083603	0.03113443	2.68523	0.0073***
wasteThrowing in the container	0.070630	0.03035760	2.32659	0.0200*
wasteThrowing outside	0.108581	0.04704006	2.30827	0.0210*
heating2.fDiesel	0.482247	0.09170628	5.25860	0.0000***

Coefficients	Value	Std.Error	t-value	p-value
heating2.fElectricity	-0.053199	0.02067120	-2.57358	0.0101*
heating2.fGas	-0.044206	0.02161235	-2.04540	0.0408*
heating2.fNot available	-0.140460	0.02233715	-6.28818	0.0000***
heating2.fOther	0.160004	0.09648764	1.65828	0.0973
heating2.fWood	-0.057447	0.02137587	-2.68747	0.0072**
freezer_ysno.f1	0.075935	0.01149020	6.60871	0.0000***
microwave_ysno.f1	0.027830	0.00863602	3.22259	0.0013**
dishwasher_ysno.f1	0.060347	0.02141698	2.81773	0.0048**
tv_ledlcd_ysno.f1	0.120884	0.00843869	14.32496	0.0000***
electric_fan_ysno.f1	0.070604	0.01205076	5.85887	0.0000***
air_conditioner_ysno.f1	0.130964	0.00989567	13.23450	0.0000***
central_heating_ysno.f1	-0.070338	0.04254488	-1.65326	0.0983
solar_boiler_ysno.f1	0.029272	0.00827522	3.53728	0.0004***
phone_line_ysno.f1	0.075816	0.00866141	8.75331	0.0000***
home_library_ysno.f1	0.073284	0.01172368	6.25092	0.0000***
computer_ysno.f1	0.067749	0.00828415	8.17817	0.0000***
ipad_tablet_ysno.f1	0.080382	0.00912558	8.80841	0.0000***
smartphone_ysno.f1	0.120630	0.01124397	10.72840	0.0000***
washing_machine_ysno.f1	0.033221	0.01861235	1.78488	0.0743
Observations	9,244			
Log-likelihood	-3,027.861			
AIC	6,147.722			
BIC	6,475.562			
$\hat{\sigma}_u$	0.1203215			
$\hat{\sigma}_\varepsilon$	0.3254558			

ثالثاً- ملاحظات ختامية وتوصيات

المقدرات المباشرة غير متحيّزة (تقريباً) بموجب آلية استنساخ أخذ العينات، ولا تتطلب أي فرضيات للنماذج. وهي صفة مستحسنة لدى تقدير الشرائح السكانية الفرعية ذات أحجام العينات الكبيرة. بيد أنها قد تعطي

قيماً غير منطقية في المجالات أو المناطق ذات أحجام العينات الصغيرة، كما يمكنها أن تكون غير مستقرة إلى حد كبير، ما قد يؤدي إلى تغييرات خطيرة في التقديرات من فترة إلى أخرى. وبالتالي، ففائدتها العملية محدودة للمجالات الصغيرة.

ومن ناحية أخرى، فمقدرات المجالات الصغيرة القائمة على النماذج يتم الحصول عليها من حالات ملاحظة يبلغ عددها n ، ومن جميع المجالات أو مناطق المسح، وعادة ما تكون أكبر بكثير من عينة للمجال المستهدف يبلغ حجمها n_i . ولهذا السبب، فالمقدرات القائمة على النماذج أكفأ بكثير. تتيح النماذج على مستوى الوحدة تقدير مؤشرات الفقر النقدي العامة (وربما مؤشرات عدة باستخدام نموذج المواءمة نفسه)، وتجمع التقديرات على أي مستوى تجميعي آخر. في تطبيقنا هذا، نتخذ تقديرات متنبأت بايز الأفضل التجريبية للتعديرات استناداً إلى نموذج تداخل الأخطاء قيماً منطقية لجميع المواقع المحلية المطلوبة، وتبدو خالية من أي تحيزٍ نُظمي خطير في التصميم، وتقديرات متوسطات الأخطاء التربيعية فيها أصغر، حيث يتناقص معدل متوسط الخطأ التربيعي بنسبة 84 في المائة لمعدلات الفقر، ومع انخفاض أكبر لفجوات الفقر.

تتطلب العمليات القائمة على النموذج تفحصاً دقيقاً لوجود البيانات الحقيقية في فرضيات النموذج. وفي تطبيقنا على البيانات الفلسطينية، يبدو أن النموذج المعتبر يتواءم على نحو جيد مع البيانات المتوفرة. ولكن، يمكن استكشاف مزيد من التباينات الطفيفة في النموذج، على غرار تغيير بعض المتغيرات المصاحبة أو محاولة لتجميع مختلف فئات تلك المتغيرات المصاحبة. وفكرنا في نماذج منفصلة للجنسين وشملاً آثاراً ثابتة للمناطق. ولكن الفوارق بين الجنسين طفيفة، بينما الفوارق بين المناطق كبيرة. فيمكن أيضاً في هذا التطبيق استكشاف وضع نماذج منفصلة للمنطقتين ولكن مشتركة بين الجنسين (بحيث لا تقل أحجام العينات بصورة أكبر). تعتمد أنواع النماذج التي يمكن التفكير فيها في تطبيق محدد للبيانات، وبالدرجة الأولى، على شكل المعلومات المساعدة، وعلى التعابير الرياضية في المؤشرات المستهدفة. وبطبيعة الحال، وبالنسبة إلى بعض مصادر البيانات والمؤشرات المتوفرة، لربما يمكن تطبيق أنواع مختلفة من وضع النماذج. ومع أنه من الواضح أن التقديرات المشتقة من مختلف النماذج لا يمكنها أن تتلاقى تماماً بسبب هامش الخطأ المتأصل في أي نتيجة إحصائية، إذا تواءمت النماذج المعتبرة بصورة جيدة مع البيانات المتوفرة، فينبغي أن تتوافق التقديرات المقابلة إلى حد ما.

قدرنا في هذا التطبيق معدلات الفقر وفجواته، ولكن أي مؤشر آخر للفقر يستند إلى مقياس الرفاه نفسه يمكن أيضاً تقديره دون مزيد من الجهد على أساس النموذج المواءم نفسه. ولكن تندر معالجة المؤشرات التي تعتمد على خصائص عدة متصاحبة، كمؤشرات الفقر المتعدد الأبعاد، في أدبيات تقدير المجالات الصغيرة، وتستحق عناية خاصة. وينبغي تطوير طرائق كفاءة في التقدير تعتمد في ذات الحين على عدة نماذج (لمختلف المتغيرات التي يتطلبها المؤشر)، أو بالاعتماد على نماذج متعددة للمتغيرات.

وقد اشتققنا التقديرات في تطبيقنا هذا، وما يقابلها من متوسطات للخطأ التربيعي، للمواقع المحلية التي أخذت منها العينات فقط، أي التي تظهر في مسح إنفاق واستهلاك الأسرة. وحتى وإن أتاحت النماذج إنتاج تقديرات أيضاً للمجالات التي لم تؤخذ منها العينات، فلا ننصح باشتقاقها لتلك المواقع المحلية (لأنها قد تكون بعيدة). وبالنسبة إلى القيم الثابتة للمتغيرات المصاحبة للنموذج، ننحو تحيزات التصميم للمقدرات القائمة على النموذج إلى التزايد مع تناقص حجم العينة، ولذلك يمكن لهذا التحيز في التصميم أن يكون كبيراً في تلك المواقع المحلية.

المراجع

- Battese, G.E., R.M. Harter, and W.A. Fuller. 1988. "An Error-Components Model for Prediction of County Crop Areas Using Survey and Satellite Data." *Journal of the American Statistical Association* 83: 28-36.
- Bell, W. 1997. "Models for County and State Poverty Estimates." Statistical Research Division, U.S. Census Bureau.
- Correa, L., I. Molina, and J.N.K. Rao. 2012. "Comparison of Methods for Estimation of Poverty Indicators in Small Areas."
- Elbers, C., J.O. Lanjouw, and P. Lanjouw. 2003. "Micro-Level Estimation of Poverty and Inequality." *Econometrica* 71: 355-64.
- Fay, R.E., and R.A. Herriot. 1979. "Estimation of Income for Small Places: An Application of James-Stein Procedures to Census Data." *Journal of the American Statistical Association* 74: 269-77.
- Fuller, W.A. 1999. "Environmental Surveys over Time." *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics* 4: 331-45.
- Ghosh, M., and R.C. Steorts. 2013. "Two-Stage Benchmarking as Applied to Small Area Estimation." *TEST* 22: 670-87.
- González-Manteiga, W., M.J. Lombardía, I. Molina, D. Morales, and L. Santamaría. 2010. "Small Area Estimation Under Fay-Herriot Models with Nonparametric Estimation of Heteroscedasticity." *Statistical Modelling* 10: 215-39.
- González-Manteiga, W., M. J. Lombardía, I. Molina, D. Morales, and L. Santamaría. 2008. "Bootstrap Mean Squared Error of a Small-Area EBLUP." *Journal of Statistical Computation and Simulation* 75: 443-62.
- Molina, I., and J.N.K. Rao. 2010. "Small Area Estimation of Poverty Indicators." *The Canadian Journal of Statistics* 38: 369-85.
- Prasad, N.G.N., and J.N.K. Rao. 1990. "The Estimation of the Mean Squared Error of Small-Area Estimators." *Journal of the American Statistical Association* 85: 163-71.
- Rao, J.N.K., and I. Molina. 2015. *Small Area Estimation*. Second edition. Hoboken, NJ: Wiley.



